【問題 1】

整数とは，自然数，0，自然数にマイナスをつけた数のことである。すなわち

$$\cdots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots$$

のことであるから，$A = \{ -2, -1, 0, 1, 2 \}$ である。

「4 未満」とは「4 より小さい」こと，すなわち「$x < 4$」のことであるから，$B = \{ 1, 2, 3 \}$ である。

【問題 2】

集合 $A = \{a, b, c, d\}$ において

4 個の要素から成る部分集合は

U 自身

3 個の要素から成る部分集合は

$\{a, b, c\}$，$\{a, b, d\}$，$\{a, c, d\}$，$\{b, c, d\}$

2 個の要素から成る部分集合は

$\{a, b\}$，$\{a, c\}$，$\{a, d\}$，$\{b, c\}$，$\{b, d\}$，$\{c, d\}$

1 個の要素から成る部分集合は

$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，$\{d\}$

さらに，空集合

ϕ

も部分集合である。

以上が U のすべての部分集合であり，全部で 16 個ある。

（注）一般に，n 個の要素から集合 A の部分集合の個数は 2^n 個になる。

【問題 3】

(1) $A \cap B$　(2) $\overline{A} \cap B$　(3) $A \cap \overline{B}$　(4) $A \cup B$　(5) $\overline{A} \cup B$　(6) $A \cup \overline{B}$
(7) $\overline{A \cap B}$　(8) $\overline{A \cup B}$

【問題 4】

要素をよせ集めると，1，2，3，5，2，4，5 であり，同じものがあるときは片方を消して

1，2，3，5，~~2~~，4，~~5~~

よって，$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

A の要素 1，2，3，5 について，1 は B にない，2 はある，3 はない，5 はあるので，B にあるものだけを集めて，$A \cap B = \{2, 5\}$

A の要素 1，2，3，5 について，1 は B にない，2 はある，3 はない，5 はあるので，B にないものだけを集めて $A - B = \{1, 3\}$.

【問題 5】

前問と同様に考えて

$$A \cup B = \{ 1, 2, 3, 4, 8, 9\}, \quad A \cap B = \{1, 6\}$$

$\overline{A} = U - A$ であるから，$\overline{A} = \{3, 5, 7, 9\}$ である。よって，$\overline{A} \cap B = \{3, 9\}$ となり，

$$\overline{\overline{A} \cap B} = U - (\overline{A} \cap B) = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

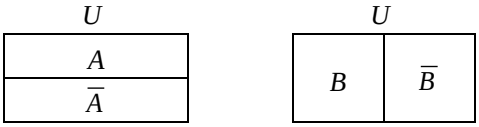
$\overline{B} = \{2, 4, 5, 7, 8\}$ であるから，$\overline{A} \cup \overline{B} = \{2, 3, 4, 5, 7, 8, 9\}$

（注）(4)では，ド・モルガンの法則 $\overline{A} \cup \overline{B} = \overline{A \cap B}$ を使って求めてもよい。

【問題 6】（前問と同様にできるが，以下の方法がより簡単である。）

ベン図において，「集合は常に○で描く」必要はない。また，補集合が登場すると，○では考えにくい場合がある。そのときは，次のように四角で考える。

全体集合U を A で横に分割，B で縦に分割する。



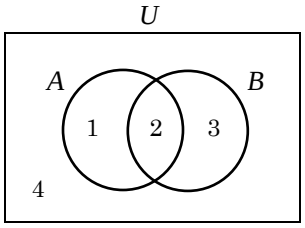
すると，U は次のように 4 つの領域に分割され，問題文より，各領域の要素がすぐにわかる。（次の図を「カルノー図」という。）

	B	$\overline{B}$
A	2	3, 5 ,7
$\overline{A}$	4, 6, 8	1, 9

よって，$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$，$B = \{2, 4, 6, 8\}$，$A = \{2, 3, 5, 7\}$

【問題 7】（以下のように考えれば簡単）

A, B によって，全体集合U は次の 1～4 の 4 つの領域に分割される。（4 つの領域に 1～4 の番号を付ける。）



$A \cap \overline{B}$ … 1
$A \cap B$ … 2
$\overline{A} \cap B$ … 3
$\overline{A} \cap \overline{B}$ … 4

このとき，

$$A \cup B \cdots 1,\ 2,\ 3 \qquad A \cup \overline{B} \cdots 1,\ 2,\ 4$$

従って，

$$(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) \cdots 1,\ 2$$

よって，（答）は「A」である。

【問題 8】（以下では，2 通りの解答を示す。どちらの方法が簡単かは問題による。）

＜解答 1>

75 名の全体をU とし

$A=\{$英語の合格点をとったもの$\}$，$B=\{$数学の合格点をとったもの$\}$

とおくと，問題文より

$$n(U)=75,\ n(A)=35,\ n(B)=20,\ n(\overline{A}\cap\overline{B})=30$$

ド・モルガンの法則 $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$ より，

$$n(A\cup B)=n(U)-n(\overline{A\cup B})=n(U)-n(\overline{A}\cap\overline{B})=75-30=45$$

よって，英語，数学の両科目が合格点であったものの人数は

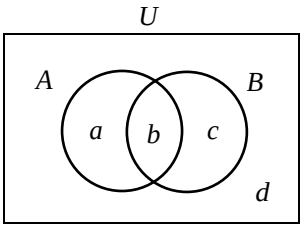
$$n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)=35+20-45=10$$

＜解答 2＞

75 名の全体を U とし

$A=\{$英語の合格点をとったもの$\}$，$B=\{$数学の合格点をとったもの$\}$

とおき，下図のように，4 つの領域の要素の個数を a, b, c, d とおく。



問題文より

$$a+b+c+d=75,\ a+b=35,\ b+c=20,\ d=30$$

これらを解くと，$b=10$（答）　（$a=25$，$c=10$）

【問題 9】（基本問題）

1 から 100 までの自然数全体を U とし，その部分集合として，4 の倍数の集合を A，6 の倍数の集合を B とおく。

1 から 100 までの自然数の中で，4 の倍数は 4×1，4×2，…，4×25 であるから，100 を 4 で割ったときの商 25 が，4 の倍数の個数を表す。よって，$n(A)=25$ である。

同様に，100 を 6 で割ったときの商は 16 であるから，$n(B)=16$ である。

(1) 4 と 6 を素因数分解すると，$4=2^2$，$6=2\times3$ であるから，4 の倍数かつ 6 の倍数とは，

$$2^2\times3=12$$

の倍数のことである。（12 は，4 と 6 の最小公倍数である。）

100 を 12 で割ったときの商は 8 であるから，$n(A\cap B)=8$ である。よって，求める個数は

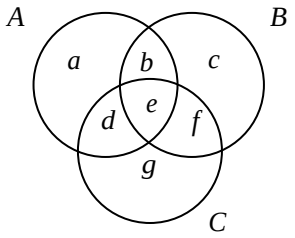
$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=25+16-8=33$$

(2) 4 でも 6 でも割り切れない数とは，$\overline{A}\cap\overline{B}$ に属する数のことであるから，求める個数は

$$n(\overline{A}\cap\overline{B})=n(\overline{A\cup B})=n(U)-n(A\cup B)=100-33=67$$

【問題 10】（基本的な公式なので覚えておくとよい。）

次のように，要素の個数 $a\sim g$ を定める。



すなわち

$$n(A)=a+b+d+e,\quad n(B)=b+c+e+f,\quad n(C)=d+e+f+g$$

とおくと，問題文の等式の右辺は

$$\begin{aligned}\text{右辺}&=(a+b+d+e)+(b+c+e+f)+(d+e+f+g)\\&\quad-(b+e)-(e+f)-(d+e)+e\\&=a+b+c+e+f+g=n(A\cup B\cup C)\end{aligned}$$

【問題 11】（前問の公式を使えばよい。）

1 から 100 までの自然数のうちで，2 の倍数，3 の倍数，5 の倍数の集合をそれぞれ A，B，C とすると，

$n(A)=50$，$n(B)=33$，$n(C)=20$

$n(A\cap B)=16$　（6 の倍数の個数）

$n(B\cap C)=6$　（15 の倍数の個数）

$n(C\cap A)=10$　（10 の倍数の個数）

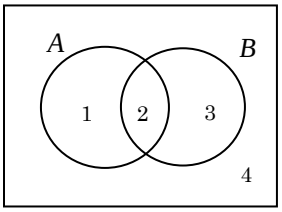
$n(A\cap B\cap C)=3$　（30 の倍数の個数）

よって，求める答えは，前問の等式から

$$\begin{aligned}n(A\cup B\cup C)&=n(A)+n(B)+n(C)\\&\quad-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)\\&=50+33+20-16-6-10+3=74\end{aligned}$$

【問題 12】（基本問題）

分割された各領域に図のように番号をつける。



(1) $A\cap B$ … 2，$A\cap\overline{B}$ … 1 であるから，

$(A\cap B)\cup(A\cap\overline{B})$ … 1，2

（答） A

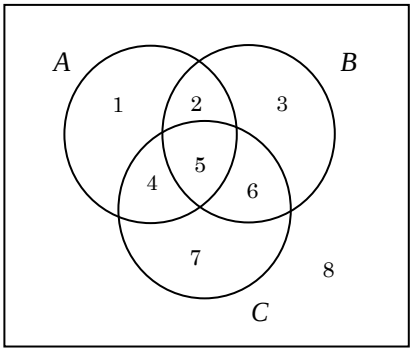
(2) $A\cap B$ … 2

$\overline{A}$ … 3，4，$\overline{B}$ …1，4 より，$\overline{A}\cup\overline{B}$ …1，3，4

よって，$(A\cap B)\cup(\overline{A}\cup\overline{B})$ … 1，2，3，4

（答） U

(3) 8 つの領域に 1～8 の番号を付ける。



○ $A \cup B \cup C$ … 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

○ $A \cup B \cup \overline{C}$ … 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8

○ $A \cup \overline{B}$ … 1, 2, 4, 5, 7, 8

よって，$(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B \cup \overline{C}) \cap (A \cup \overline{B})$ … 1, 2, 4, 5

（答） A

【問題 13】（基本問題）

(1) $A \times B$の要素は 4×3 =12 個あり，以下がそのすべての要素である。

$(a, 1)$，$(a, 2)$，$(a, 3)$，$(b, 1)$，$(b, 2)$，$(b, 3)$

$(c, 1)$，$(c, 2)$，$(c, 3)$，$(d, 1)$，$(d, 2)$，$(d, 3)$

(2) $B \times A$の要素は 3×4 =12 個あり，以下がそのすべての要素である。

$(1, a)$，$(1, b)$，$(1, c)$，$(1, d)$，$(2, a)$，$(2, b)$，$(2, c)$，$(2, d)$

$(3, a)$，$(3, b)$，$(3, c)$，$(3, d)$

(3) $B \times B \times B$の要素は 3×3×3 =27 個あり，以下がそのすべての要素である。（わかりにくければ，樹形図で考えればよい。）

$(1, 1, 1)$，$(1, 1, 2)$，$(1, 1, 3)$，$(1, 2, 1)$，$(1, 2, 2)$，$(1, 2, 3)$，
$(1, 3, 1)$，$(1, 3, 2)$，$(1, 3, 3)$

$(2, 1, 1)$，$(2, 1, 2)$，$(2, 1, 3)$，$(2, 2, 1)$，$(2, 2, 2)$，$(2, 2, 3)$，
$(2, 3, 1)$，$(2, 3, 2)$，$(2, 3, 3)$

$(3, 1, 1)$，$(3, 1, 2)$，$(3, 1, 3)$，$(3, 2, 1)$，$(3, 2, 2)$，$(3, 2, 3)$，
$(3, 3, 1)$，$(3, 3, 2)$，$(3, 3, 3)$

【問題 14】（2つの解法がある）

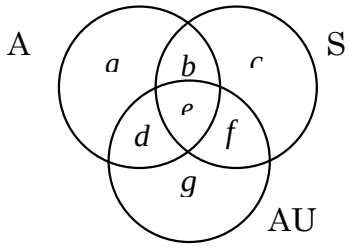
AD，SD，AU の合格者の集合をそれぞれ A, B, C とすると，問題 10 の公式より

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$
$$= 50 + 42 + 30 - 11 - 9 - 5 + 3 = 100$$ （答）

（注）公式を忘れたら次のように求めてもよい。7 つの領域の要素の個数を $a \sim g$ とする。

問題文より

$a+b+d+e=50$ … ①
$b+c+e+f=42$ … ②
$d+e+f+g=30$ … ③
$e+f=9$ …… ④
$b+e=11$ …… ⑤
$d+e=5$ …… ⑥
$e=3$ …… …… ⑦



上式を下から上に順に見ていけば

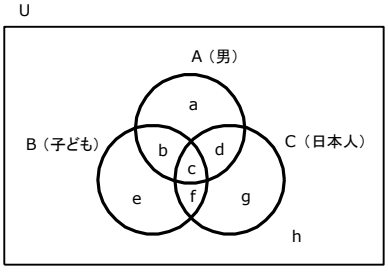
$$a=37,\ b=8,\ c=25,\ d=2,\ e=3,\ f=6,\ g=19$$

これらの合計を求めると

$$37+8+25+2+3+6+19=100$$

【問題 15】（2つの解法を示す）

＜解答 1 ＞ 機上の人全体の集合を U とし，男を A，子どもを B，日本人を C で表すと，女は $\overline{A}$，大人は $\overline{B}$，外国人は $\overline{C}$ で表される。下図のように，8 つの領域の要素の個数を $a \sim h$ で表すと，$a \sim h$ について以下が成立する。



9 人の男の子ども	→	$n(A \cap B)=9$	→	$b+c=9$
5 人の日本人の子ども	→	$n(B \cap C)=5$	→	$c+f=5$
9 人の男の大人	→	$n(A \cap \overline{B})=9$	→	$a+d=9$
7 人の外国人の男の子ども	→	$n(A \cap B \cap \overline{C})=7$	→	$b=7$
14 人の日本人	→	$n(C)=14$	→	$c+d+f+g=14$
6 人の日本人の男	→	$n(A \cap C)=6$	→	$c+d=6$
7 人の外国人の女	→	$n(\overline{A} \cap \overline{C})=7$	→	$e+h=7$

右側の等式から，順に次のように定まる。

$$b=7,\ c=2,\ f=3,\ d=4,\ a=5,\ g=5$$

ただし，e と h のみ値は定まらないが，$e+h=7$ である。よって，$a \sim h$ の合計は

$$(7+2+3+4+5+5)+7=33$$

よって，33 人（答）

＜解答 2＞ 機上の人全体の集合をU とし，男をA，子どもをB，日本人をC で表すと，女は$\overline{A}$，大人は$\overline{B}$，外国人は$\overline{C}$ で表される。問題文の条件より

$$\begin{aligned}
&n(A \cap B) = 9 && \rightarrow \quad ① \\
&n(B \cap C) = 5 && \rightarrow \quad ② \\
&n(A \cap \overline{B}) = 9 && \rightarrow \quad ③ \\
&n(A \cap B \cap \overline{C}) = 7 && \rightarrow \quad ④ \\
&n(C) = 14 && \rightarrow \quad ⑤ \\
&n(A \cap C) = 6 && \rightarrow \quad ⑥ \\
&n(\overline{A} \cap \overline{C}) = 7 && \rightarrow \quad ⑦
\end{aligned}$$

①，③から，$n(A) = 9 + 9 = 18$ であるから，⑤，⑥より

$$n(A \cup C) = n(A) + n(C) - n(A \cap C) = 18 + 14 - 6 = 26$$

一方，

$$U = (A \cup C) \cup (\overline{A \cup C}) = (A \cup C) \cup (\overline{A} \cap \overline{C})$$

であるから，

$$n(U) = n(A \cup C) + n(\overline{A} \cap \overline{C}) = 26 + 7 = 33 \text{（答）}$$

【問題 16】

72 を素因数分解すると，$72 = 2^3 \times 3^2$ であるから，その約数は

$$2^a \times 3^b \quad (a, b \text{は整数で，} 0 \le a \le 3,\ 0 \le b \le 2)$$

の形で表される。逆に，この形の整数は 72 の正の約数である。

a のとり得る値は 0，1，2，3 の 4 通り，b のとり得る値は 0，1，2 の 3 通りであるから，72 の正の約数は，$4 \times 3 = 12$（個）ある。

72 の各約数 $2^a \times 3^b$ は，

$$(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3)(3^0 + 3^1 + 3^2) \text{を展開したときの項}$$

として 1 つずつ出てくるので，72 の正の約数の和は

$$(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3)(3^0 + 3^1 + 3^2) = (1 + 2 + 4 + 8)(1 + 3 + 9) = 195$$

（注意）

$A = \{0, 1, 2, 3\}$，$B = \{0, 1, 2\}$ とおくと，素因数分解の一意性により，72 の正の約数 $2^a \times 3^b$ と，直積 $A \times B$ の要素 (a, b) は 1 対 1 に対応しているので，72 の正の約数の個数は，$A \times B$ の要素の個数に一致する。この個数は

$$n(A \times B) = n(A) \times n(B) = 4 \times 3 = 12$$

また，この約数の総和は，

$$\sum_{i=0}^{3}\sum_{j=0}^{2} 2^i \times 3^j = \sum_{i=0}^{3}\left(\sum_{j=0}^{2} 2^i \times 3^j\right) = \sum_{i=0}^{3}\left(2^i \sum_{j=0}^{2} 3^j\right)$$

$$= \left(\sum_{j=0}^{2} 3^j\right)\left(\sum_{i=0}^{3} 2^i\right) = \left(\sum_{i=0}^{3} 2^i\right)\left(\sum_{j=0}^{2} 3^j\right)$$

$$= (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3)(3^0 + 3^1 + 3^2)$$

【問題 17】

（注） $\overline{A} \subseteq B$ および $\overline{A} \supseteq B$ が成立することを示せばよい。

（証明）

次の（イ）と（ロ）を証明すればよい。

（イ） $\overline{A} \subseteq B$ であること。

$x \in \overline{A}$ ならば， $x \notin A$ である。一方， $A \cup B = U$ で $x \in U$ であるから， $x \in A$ または $x \in B$ であるが， $x \notin A$ であるから， $x \in B$ となる。よって，（イ）は示された。

（ロ） $\overline{A} \supseteq B$ であること。

$x \in B$ とする。このとき， $x \in A$ ならば， $x \in A \cap B$ となるが，これは $A \cap B = \phi$ であることに矛盾する。よって， $x \notin A$ であり，ゆえに $x \in \overline{A}$ となる。従って，（ロ）は示された。

【問題 18】

（証明）

次の（イ）と（ロ）を証明すればよい。

（イ） $\overline{A \cup B} \subseteq \overline{A} \cap \overline{B}$ であること。

$x \in \overline{A \cup B}$ とする。このとき， $x \notin A \cup B$ であるから， $x \notin A$ かつ $x \notin B$ である。すなわち， $x \in \overline{A}$ かつ $x \in \overline{B}$ であるから， $x \in \overline{A} \cap \overline{B}$ である。よって，（イ）は示された。

（ロ） $\overline{A \cup B} \supseteq \overline{A} \cap \overline{B}$ であること。

$x \in \overline{A} \cap \overline{B}$ とする。このとき， $x \in \overline{A}$ かつ $x \in \overline{B}$ であるから， $x \notin A$ かつ $x \notin B$ である。よって， $x \notin A \cup B$ となり， $x \in \overline{A \cup B}$ となる。ゆえに，（ロ）は示された。

【問題 19】

（答）①，②，③，⑤

【問題 20】（▽は排他的選言の意味である）

(1)

A	B	$\sim B$	$A \vee \sim B$
1	1	0	1
1	0	1	1
0	1	0	0
0	0	1	1

(2)

A	B	$\sim B$	$A \triangledown \sim B$
1	1	0	1
1	0	1	0
0	1	0	0
0	0	1	1

(3)

A	B	C	$\sim A$	$\sim A \wedge B$	$\sim C$	$(\sim A \wedge B) \vee \sim C$
1	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	1
0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	1	0	1	1

【問題 21】

ド・モルガンの法則を使うと

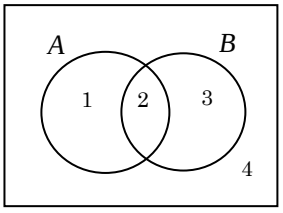
$$\sim((A \vee B) \wedge C) = (\sim(A \vee B)) \vee \sim C = (\sim A \wedge \sim B) \vee \sim C$$

よって，（答）は④

【問題 22】

（答）① A　② $A \wedge B$

（説明）与えられた論理式の真理表を求めても良いが，集合で考えた方が簡単である。A，B を集合と考えて，次のように 4 つの領域に番号 1～4 をつける。



①では

$$A \vee B \cdots 1,\ 2,\ 3, \quad A \vee \sim B \cdots 1,\ 2,\ 4$$

であるから，$(A \vee B) \wedge (A \vee \sim B)$ は 1，2

②では，

$$A \vee B \cdots 1,\ 2,\ 3,\ \sim A \vee B \cdots 2,\ 3,\ 4,\ A \vee \sim B \cdots 1,\ 2,\ 4$$

であるから，$(A \vee B) \wedge (\sim A \vee B) \wedge (A \vee \sim B)$ は 2

【問題 23】

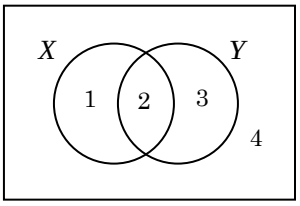
（答）③

（説明）すべての論理式の真理表を調べてもよいが，ベン図の方が簡単である。論理式

$$(X \wedge \sim Y) \vee (\sim X \wedge Y)$$

は，排他的選言 $X \bigtriangledown Y$ のことである。

次のように，4 つの領域 1～4 に分割する。



$X \wedge \sim Y$ は 1，$\sim X \wedge Y$ は 3 → $(X \wedge \sim Y) \vee (\sim X \wedge Y)$ は 1，3

① $X \vee Y$ は 1，2，3，$\sim X \vee Y$ は 2，3，4 → $(X \vee Y) \wedge (\sim X \vee Y)$ は 2，3

② $X \vee Y$ は 1，2，3，$X \vee \sim Y$ は 1，2，4 → $(X \vee Y) \wedge (X \vee \sim Y)$ は 1，2

③ $X \vee Y$ は 1，2，3，$\sim X \vee \sim Y$ は 1，3，4 → $(X \vee Y) \wedge (\sim X \vee \sim Y)$ は 1，3

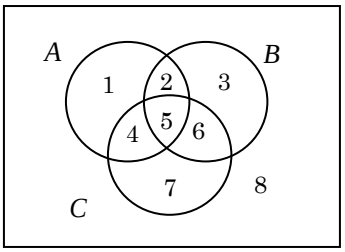
④ $X \vee \sim Y$ は 1，2，4，$\sim X \vee Y$ は 2，3，4 → $(X \vee \sim Y) \wedge (\sim X \vee Y)$ は 2，4

よって，答は③になる。

【問題 24】

（答）エ

（説明）前問と同様。次のように，8 つの領域 1～8 に分割する。



○ ド・モルガンの法則より $\sim A \wedge \sim B \wedge \sim C = \sim(A \vee B \vee C)$ であるから，
$\sim A \wedge \sim B \wedge \sim C$ は 8

○ $\sim A \wedge B$ は 3，6 だから，$\sim A \wedge B \wedge \sim C$ は 3

○ $A \wedge \sim B$ は 1，4 だから，$A \wedge \sim B \wedge \sim C$ は 1

○ $A \wedge B$ は 2，5 だから，$A \wedge B \wedge \sim C$ は 2

よって，これらの和集合は 1，2，3，8 で，これは $\sim C$ に一致する。

【問題 25】

（答）左の道

※　有名な問題である。場合に分けて考えるという思考法を身に付けること。

＜解答 1＞

左が天国への道の場合，左が天国への道である。右が天国への道の場合，標識より，左も天国への道である。いずれの場合も，左が天国への道になる。

＜解答 2＞

左が天国への道でない場合，いずれかの道は天国への道だから，右が天国への道になるが，

標識より左が天国への道になり，矛盾が起こる。よって，左は天国への道である。右が天国への道でない場合，いずれかの道は天国への道だから，左が天国への道になる。いずれの場合も，左が天国への道になる。

＜解答 3＞

命題 A，B を次のように定める。

A … 左は天国への道である

B … 右は天国への道である

このとき，A，B の真理値は次の通りであるが，問題文より，④の場合はない。

	A	B
①	1	1
②	1	0
③	0	1
④	0	0

さらに，標識より，③の場合もない。従って，①または②である。いずれの場合も A は真であるから，左の道が必ず天国への道になる。

【問題 26】

（答）A ＝ 男，B ＝ 男，C ＝ 女

A，B，C の 1 と 0 の組み合わせは，下の表に示すように，8 通りある。つまり，8 通りの場合がある。この 8 通りのそれぞれの場合について，可能性のある場合を○，絶対に起こらない場合を×で表す。

問題文の①からは，○と×は表の通り。（1，1，1），(1，0，1），(0，1，1）の場合はない。（0，0，1），(0，0，0）については，何もわからない。（①の情報から分かることは，×の部分のみである。）

同様に，②，③についても○，×を付ける。すると，×のない場合は（1，1，0）のみであるから，この場合が起こることになる。（それ以外の場合は×があるので，絶対に起こらない。）

A	B	C	①	②	③
1	1	1	×		
1	1	0	○		
1	0	1	×	○	
1	0	0	○	×	
0	1	1	×	○	
0	1	0	○	×	
0	0	1		○	×
0	0	0		×	○

【問題 27】

すべて連言である。

(1)　（胃の調子は悪くないが，腸の調子が悪い）

＝（胃の調子は悪くない）かつ（腸の調子が悪い）

＝（～（胃の調子は悪い））かつ（腸の調子は悪い）

A を「胃の調子は悪い」，B を「腸の調子は悪い」とすると，

$\sim A \wedge B$

(2)　（天気が良いのに，人出が少ない）＝（天気が良い）かつ（人出が少ない）

A を「天気が良い」，B を「人出が少ない」とすると，$A \wedge B$

(3)　（太郎は英語もドイツ語も話さない）

＝（太郎は英語を話さない）かつ（太郎はドイツ語を話さない）

＝（～（太郎は英語を話す））かつ（～（太郎はドイツ語を話す））

A を「太郎は英語を話す」，B を「太郎はドイツ語を話す」をとすると，

$\sim A \wedge \sim B$

(4)　（太郎と花子が来る，ということはない）＝～（太郎と花子が来る）

＝～（（太郎が来る）かつ（花子が来る））

A を「太郎が来る」，B を「花子が来る」とすると，

$\sim(A \wedge B)$

(5)　（花子は語学はできるが歌はうまくない，ということはない）

＝～（花子は語学はできるが歌はうまくない）

＝～（（花子は語学はできる）かつ（花子は歌はうまくない））

＝～（（花子は語学はできる）かつ（～（花子は歌はうまい））

A を「花子は語学はできる」，B を「花子は歌はうまい」とすると

$\sim(A \wedge \sim B)$

(6)　（太郎はギターとベースを弾けるわけではない）

＝～（太郎はギターとベースを弾ける）

＝～（（太郎はギターを弾ける）かつ（太郎はベースを弾ける））

A を「太郎はギターを弾ける」を，B を「太郎はベースを弾ける」とすると

$\sim(A \wedge B)$

（注）上記のように詳しく解答する必要はない。例えば，(1)などは，次のように解答してよい。

A ：胃の調子は悪い

B ：腸の調子が悪い

とすると，$\sim A \wedge B$

【問題 28】

連言と選言の両方が登場する。

(1)　（花子はホウレン草かニンジンを好まない）

＝（花子はホウレン草を好まない）または（花子はニンジンを好まない）

＝（（～（花子はホウレン草を好む））または（～（花子はニンジンを好む））

A を「花子はホウレン草を好む」，B を「花子はニンジンを好む」とすると

$$\sim A \vee \sim B$$

(2)　（花子か太郎がジャズ好きである，ということはない）

＝～（（花子はジャズ好きである）または（太郎はジャズ好きである））

A を「花子はジャズ好きである」，B を「太郎はジャズ好きである」とすると

$$\sim(A \vee B)$$

(3)　（窓を壊したのは，花子か太郎である）

＝（窓を壊したのは花子である）または（窓を壊したのは太郎である）

「窓を壊したのは花子である」を A，「窓を壊したのは太郎である」を B とすると

$$A \vee B$$

(4)　（花子か太郎が合格して，次郎が合格しない）

＝（花子か太郎が合格する）かつ（次郎が合格しない）

＝（（花子が合格する）または（太郎が合格する））かつ（～（次郎が合格する））

A を「花子が合格する」を A，B を「太郎が合格する」，C を「次郎が合格する」とすると

$$(A \vee B) \wedge \sim C$$

(5)　（花子と太郎が参加するか，花子と次郎が参加する）

＝（花子と太郎が参加する）または（花子と次郎が参加する）

＝（（花子が参加する）かつ（太郎が参加する））または

（（花子が参加する）かつ（次郎が参加する））

A を「花子が参加する」，B を「太郎が参加する」，C を「次郎が参加する」とすると

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

【問題 29】

(1)　$A \wedge B$　　(2)　$\sim A \wedge \sim B$　　(3)　$A \wedge B \wedge C$　(4)　$A \wedge (\sim B \wedge \sim C)$

(5)　$(A \wedge \sim B) \wedge C$　　(6)　$(\sim A \wedge \sim B) \wedge C$　　(7)　$\sim(\sim A \wedge \sim B)$

(8)　$\sim A \wedge B \wedge \sim C$

【問題 30】

(1)　$A \vee B$　　(2)　$A \vee B$　　(3)　$A \vee B$　　(4)　$\sim A \vee \sim B$

(5)　$\sim A \vee \sim B$　　(6)　$\sim A \vee \sim B$　　(7)　$\sim A \vee \sim B$

(8)　$\sim A \vee \sim B \vee \sim C$　　(9)　$A \vee (\sim B \vee \sim C)$

【問題 31】

「花子か太郎のいずれか一方が出席する」または「花子と太郎の一方だけが出席する」

【問題 32】

(1)　（花子は太郎と次郎にメールを出した）

＝（花子は太郎にメールを出した）かつ（花子は次郎にメールを出した）

従って，

～（花子は太郎と次郎にメールを出した）

＝～（（花子は太郎にメールを出した）かつ（花子は次郎にメールを出した））

＝（花子は太郎にメールを出さなかった）または（花子は次郎にメールを出さなかった）

（答）花子は太郎にメールを出さなかったか，または，次郎にメールを出さなかった。

（答）花子は太郎か次郎の少なくとも一方にメールを出さなかった。

(2)　（花子は太郎か次郎にメールを出した）

＝（花子は太郎にメールを出した）または（花子は次郎にメールを出した）

従って，

～（花子は太郎か次郎にメールを出した）

＝～（（花子は太郎にメールを出した）または（花子は次郎にメールを出した））

＝（花子は太郎にメールを出さなかった）かつ（花子は次郎にメールを出さなかった）

（答）花子は太郎にも次郎にもメールを出さなかった。

（答）花子は太郎と次郎のどちらにもメールを出さなかった。

(3)　（今週は，花子は土曜日にも日曜日にも家にいる）

＝（今週は，花子は土曜日に家にいる）かつ（今週は，花子は日曜日に家にいる）

従って，

～（今週は，花子は土曜日にも日曜日にも家にいる）

＝（今週は，花子は土曜日に家にいない）または（今週は，花子は日曜日に家にいない）

（答）今週は，花子は土曜日に家にいないか，または，日曜日に家にいない。

（答）今週は，花子は土曜日か日曜日には家にいない。

(4)　（花子か太郎の少なくともどちらか一人は家にいる）

＝（花子は家にいる）または（太郎は家にいる）

従って，

～（花子か太郎の少なくともどちらか一人は家にいる）

＝（花子は家にいない）かつ（太郎は家にいない）

（答）花子も太郎も家にいない。

（答）花子と太郎のどちらも家にいない。

(5)　命題記号を使うと，次のようになる。（「今週」は省略）

A ：土曜日に，花子は家にいる。

B ：日曜日に，花子は家にいる。

C ：土曜日に，太郎は家にいる。

D ：日曜日に，太郎は家にいる。

（土曜日にも日曜日にも，花子か太郎の少なくともどちらかが家にいる）

＝（土曜日にも日曜日にも，花子は家にいる）

　　または（土曜日にも日曜日にも，太郎は家にいる）

$= (A \wedge B) \vee (C \wedge D)$

よって，この論理式の否定は

$\sim((A \wedge B) \vee (C \wedge D)) = (\sim(A \wedge B)) \wedge (\sim(C \wedge D))$

$= (\sim A \vee \sim B) \wedge (\sim C \vee \sim D)$

＝（土曜日か日曜日には，花子は家にいない）

　　かつ（土曜日か日曜日には，太郎は家にいない）

（答）今週，土曜日か日曜日には，花子も太郎も家にいない。

（答）今週，土曜日か日曜日の少なくともどちらかは，花子も太郎も家にいない。

(6)　「花子か太郎は，論理学と哲学の両方を履修している」の否定は，

（花子かつ太郎は，論理学または哲学を履修していない）

＝（花子も太郎も，論理学または哲学の少なくとも一方は履修していない）

（答）花子も太郎も，論理学か哲学の少なくとも一方は履修していない。

（注意）

論理式の否定命題は，それを構成する各命題の否定をとり，「かつ」を「または」，「または」を「かつ」に変更すればよい。このことは，どんなに複雑な論理式でも成立する。

例えば，

$$A \vee ((B \vee C) \wedge \sim D)$$

の否定命題は，次のようになる。

$$\sim A \wedge ((\sim B \wedge \sim C) \vee D)$$

【問題 33】

(1)

A	B	$\sim A$	$\sim A \to B$
1	1	0	1
1	0	0	1
0	1	1	1
0	0	1	0

(2)

A	B	$A \wedge B$	$(A \wedge B) \to A$
1	1	1	1
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	0	1

(3) 論理式 $((A \to B) \to C) \to (\sim A \vee C)$ を P で表す。

A	B	C	$A \to B$	$(A \to B) \to C$	$\sim A$	$\sim A \vee C$	P
1	1	1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1

0	1	0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	0	1	1	1

【問題 34】

何を主張しているのかを考えればよい。

(1)　天気がよくなければ，人出は少ない。

A ：天気がよい

B ：人出は少ない

とすると，$\sim A \to B$

(2)　太郎が犯人ならば，次郎か三郎がウソをついている。

A ：太郎が犯人である

B ：次郎がウソをついている

C ：三郎がウソをついている

とすると，$A \to (B \vee C)$

(3)　太郎は，証言して本当のことを言えば有罪になるし，また，証言しなければ有罪になる。

A ：太郎は証言する

B ：太郎は本当のことを言う

C ：太郎は有罪になる

とすると，$((A \wedge B) \to C)) \wedge (\sim A \to C)$

(4)　もし太郎か花子の少なくとも一人が犯人であり，しかも花子が犯人でないとすると，太郎が犯人である。

A ：太郎は犯人である

B ：花子は犯人である

とすると，$((A \vee B) \wedge \sim B) \to A$

（注意）(3)の「また」は，並列の接続詞であり，「そのうえに，それから」の意味なので「かつ」になる。

- 連言（$\wedge$）…「かつ」「そして」「さらに」「また」「しかし」「～であるが，～」
- 選言（$\vee$）…「または」「あるいは」「もしくは」「～か，～」
- 双条件（$\to$）…「ならば」「すれば」「のとき」

【問題 35】

例えば，(1)では，「その日は日曜日である，かつ，学校は休みではない」「その日は日曜日で，学校は休みではない」と表現しても正解だが，元の命題の因果関係などを意識して表現し

た方がよい。命題論理では，どの論理演算でも，因果関係・時間的関係はない。しかし，通常の日本語表現にはそれらの意味があるので，否定命題や対偶などを文章化する際には，元の命題の因果関係などを多少考慮する必要がある。それを無視して形式的に表現すると，全く違う意味の文になってしまうこともある。

(1)　その日が日曜日ならば，学校は休みである。
　否定命題＝（その日が日曜日である）∧（学校は休みでない）
（答）その日が日曜日であっても，学校は休みでない。
（答）その日は日曜日だが，学校は休みでない。

(2)　天気がよくなければ，人出は少ない。
　否定命題＝（天気がよくない）∧（人出は少なくはない）
（答）天気がよくなくても，人出は少なくはない。

(3)　太郎が犯人ならば，次郎か三郎がウソをついている。
　否定命題＝（太郎が犯人である）∧（次郎も三郎もウソをついていない）
（答）太郎が犯人だが，次郎も三郎もウソはついていない。

(4)　太郎も次郎も犯人でなければ，花子が犯人である。
　否定命題＝（太郎も次郎も犯人でない）∧（花子が犯人でない）
（答）太郎も次郎も犯人でなく，花子も犯人でない。

【問題 36】

　論理式として，「原命題＝対偶」，「逆＝裏」である。よって，例えば，逆が偽の場合は裏も偽であり，逆の反例は裏の反例にもなる。

(1)　逆「$x \neq 3$ ならば $x^2 > 9$」…偽，反例（$x = 1$）
　　裏「$x^2 \leqq 9$ ならば $x = 3$」… 偽，反例（$x = 1$）
　対偶「$x = 3$ ならば $x^2 \leqq 9$」… 真

(2)　逆「$x + y = 3$ ならば $x = 2$，$y = 1$」 … 偽，反例（$x = 3, y = 0$）
　　裏「$x \neq 2$ または $y \neq 1$ ならば$x + y \neq 3$」… 偽，反例（$x = 3, y = 0$）
　対偶「$x + y \neq 3$ ならば $x \neq 2$ または $y \neq 1$」… 真

【問題 37】

(1)
　逆：太郎が出席すれば，花子も出席する。
　裏：花子が出席しなければ，太郎も出席しない。
対偶：太郎が出席しなければ，花子も出席しない。
(2)

逆：次郎が出席しなければ，花子も太郎も出席しない。

裏：花子か太郎が出席すれば，次郎は出席する。

対偶：次郎が出席すれば，花子か太郎が出席する。

(3)

逆：次郎も三郎も出席すれば，花子か太郎が出席する。

裏：花子も太郎も出席しなければ，次郎か三郎は出席しない。

対偶：次郎か三郎が出席しなければ，花子も太郎も出席しない。

【問題 38】

（答）(c)

原命題の対偶は(c)。(a)は裏。(b)は前件（仮定）が同じだが，後件（結論）は異なる。(d)は，(b)の対偶である。

【問題 39】

(1)　$a = 0$ または $b = 0$ ならば，$ab = 0$ になるので，$ab \neq 1$ である。よって，証明された。

(2)　a, b は実数であるから，$a^2 \geqq 0$，$b^2 \geqq 0$ である。

命題の結論を否定すると，$a \neq 0$ または $b \neq 0$ である。

$a \neq 0$ のとき，$a^2 > 0$ より，$a^2 + b^2 > b^2 \geqq 0$ で，$a^2 + b^2 \neq 0$

$b \neq 0$ のとき，$b^2 > 0$ より，$a^2 + b^2 > a^2 \geqq 0$ で，$a^2 + b^2 \neq 0$

よって，証明された。

【問題 40】

(1)

A	$A \to A$	$A \leftrightarrow (A \to A)$
1	1	1
0	1	0

(2)

A	B	$\sim A$	$\sim B$	$A \leftrightarrow \sim B$	$\sim A \leftrightarrow B$	$(A \leftrightarrow \sim B) \wedge (\sim A \leftrightarrow B)$
1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1
0	0	1	1	0	0	0

(3) 論理式 $(A \wedge C) \to (A \to (B \leftrightarrow C))$ を P で表す。

A	B	C	$A \wedge C$	$B \leftrightarrow C$	$A \to (B \leftrightarrow C)$	P
1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1

0	1	1	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	1
0	0	0	0	1	1	1

【問題 41】

(1)　太郎が出席するのは花子が出席する場合だけである。

A ：太郎が出席する

B ：花子が出席する

とすると，$A \leftrightarrow B$

(2)　$x^2 = 1$ であるのは，$x = 1, -1$ であるときに限る。

A ： $x^2 = 1$

B ： $x = 1$

C ： $x = -1$

とすると，$A \leftrightarrow (B \vee C)$

(3)　気分が悪いかまたは気分は悪くないが体調が悪いとき，そしてそのときだけ，体調が悪ければ気分が悪い。

A ：気分が悪い

B ：体調が悪い

とすると，$(A \vee (\sim A \wedge B)) \leftrightarrow (B \rightarrow A)$

(4)　神が完全であるのは神が存在するときだけであって，神が完全であるときだけこの世には悪は存在しない。

A ：神は完全である

B ：神は存在する

C ：この世に悪は存在する

とすると，$(A \leftrightarrow B) \wedge (A \leftrightarrow \sim C)$

【問題 42】

(1) 必要　(2) 必要十分　(3) 十分

少し詳しく説明しておく。

(1)

（イ）$(a-b)(b-c) = 0 \quad \rightarrow \quad a = b = c$

$(a-b)(b-c) = 0$ ならば，$a - b = 0$ または $b - c = 0$ なので，$a = b$ または $b = c$ である。よって，$a = b$ かつ $b \neq c$ の場合もあり得る。従って，$a = b = c$ になるとは限らないので，（イ）は不成立。

（ロ）$(a-b)(b-c)=0 \quad \leftarrow \quad a=b=c$

これは，明らかに成立する。

(2)

（イ）$a=b=0 \quad \rightarrow \quad ab=0,\ a+b=0$

これは，明らかに成立する。

（ロ）$a=b=0 \quad \leftarrow \quad ab=0,\ a+b=0$

$ab=0$ より，$a=0$ または $b=0$ である。$a=0$ のとき，$a+b=0$ より $b=0$ である。同様に，$b=0$ のとき，$a+b=0$ より $b=0$ である。よって，（ロ）も成立する。

(3)

（イ）$a+b<0 \quad \rightarrow \quad a<0$ または $b<0$

「$a<0$ または $b<0$」を否定すれば，$a \geqq 0$ かつ $b \geqq 0$ になり，$a+b \geqq 0$ となる。よって，$a<0$ または $b<0$ になるので，（イ）は成立する。

（ロ）$a+b<0 \quad \leftarrow \quad a<0$ または $b<0$

「$a<0$ または $b<0$」には，「$a=-1$ かつ $b=2$」 の場合も含まれる。この場合，$a+b<0$ にはならないので，（ロ）は不成立。

【問題 43】

(1)

A	B	$A \rightarrow B$	$A \wedge (A \rightarrow B)$	$(A \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow B$
1	1	1	1	1
1	0	0	0	1
0	1	1	0	1
0	0	1	0	1

(2) 論理式 $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \leftrightarrow ((A \wedge B) \rightarrow C)$ を P で表す。

A	B	C	$B \rightarrow C$	$A \rightarrow (B \rightarrow C)$	$A \wedge B$	$(A \wedge B) \rightarrow C$	P
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	0	1	1

【問題 44】

$A=1$，$B=0$，$C=1$ より

(1)

与式 $= \sim(\sim 1 \vee \sim 0 \vee \sim 1) = \sim(0 \vee 1 \vee 0) = \sim 1 = 0$

(2)

与式 $= (\sim 1 \wedge 0) \vee (1 \wedge \sim 1) = 0 \vee (1 \wedge 0) = 0 \vee 0 = 0$

(3)

与式 $= (1 \wedge 1) \to (1 \to (0 \leftrightarrow 1)) = 1 \to (1 \to 0) = 1 \to 0 = 0$

(4)

与式 $= ((1 \to 1) \wedge (0 \to 1)) \leftrightarrow ((1 \vee 0) \to 1) = (1 \wedge 1) \leftrightarrow (1 \to 1) = 1 \leftrightarrow 1 = 1$

【問題 45】

(1)

（イ） $A = 1$ のとき，

与式 $= (1 \vee B) \to \sim 1 = 1 \to 0 = 0$

（ロ） $A = 0$ のとき，

与式 $= (0 \vee B) \to \sim 0 = B \to 1 = 1$

（イ）（ロ）より，命題は偶然的。

(2)　$(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow ((A \to B) \wedge (B \to A))$

（イ） $A = 1$ のとき，

与式 $= (1 \leftrightarrow B) \leftrightarrow ((1 \to B) \wedge (B \to 1)) = B \leftrightarrow (B \wedge 1) = B \leftrightarrow B = 1$

（ロ） $A = 0$ のとき，

与式 $= (0 \leftrightarrow B) \leftrightarrow ((0 \to B) \wedge (B \to 0)) = \sim B \leftrightarrow (1 \wedge \sim B) = \sim B \leftrightarrow \sim B = 1$

（イ）（ロ）より，命題は恒真。

(3)

（イ） $A = 1$ のとき，

与式 $= (1 \wedge (B \vee C)) \to (1 \to C) = (B \vee C) \to C$

ここで， $B = 1$ のとき，

与式 $= (1 \vee C) \to C = 1 \to C = C$

よって， $A = 1$，$B = 1$ のとき，命題の真理値は C の真理値と一致するので，偶然的。

【問題 46】

(1)

左辺 $= \sim(A \wedge B) \vee A = (\sim A \vee \sim B) \vee A = (\sim A \vee A) \vee \sim B = 1 \vee \sim B = 1$

(2)

左辺 $= (A \wedge \sim A) \wedge (B \wedge C) = 0 \wedge (B \wedge C) = 0$

(3)　(1)と分配法則を使うと，

右辺 $= ((A \wedge B) \to A) \wedge (A \to (A \wedge B)) = 1 \wedge (A \to (A \wedge B))$

$= A \to (A \wedge B) = \sim A \vee (A \wedge B) = (\sim A \vee A) \wedge (\sim A \vee B)$

$= 1 \wedge (\sim A \vee B) = \sim A \vee B = A \to B =$ 左辺

【問題 47】

$A = 1$のとき，$1 \to B = B \to 1$ より，$B = 1$

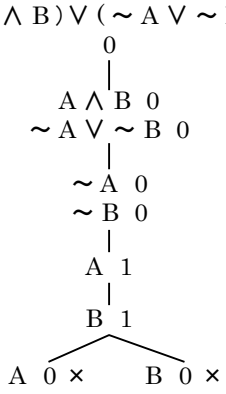
$A = 0$ のとき，$0 \to B = B \to 0$ より，$1 = \sim B$ で，$B = 0$

A と B の真理値は常に等しいので，$A = B$

【問題 48】

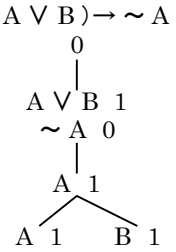
(1)　$(A \wedge B) \vee (\sim A \vee \sim B)$

論理式を 0 と仮定して真理木を書くと，どの枝先でも矛盾が発生するので，命題は恒真である。



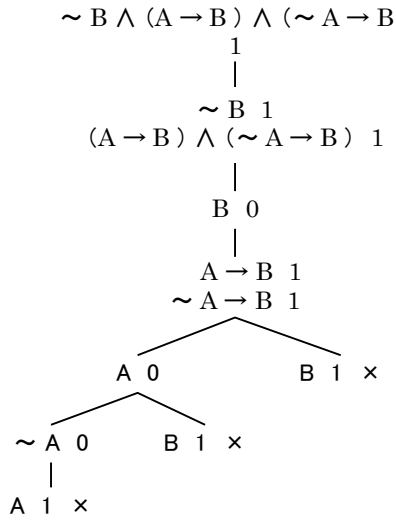
(2)　$(A \vee B) \to \sim A$

論理式を 0 と仮定して真理木を書くと，以下のようになる。A が 1 のとき論理式は 0 になるので，恒真命題ではない。（左側の枝先では，A が 1 になっている。この状態だけで論理式は 0 になる）



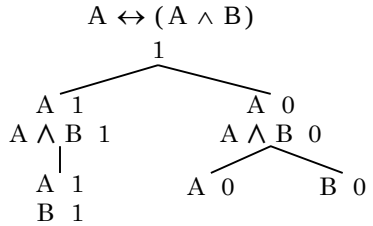
(3)　$\sim B \wedge (A \to B) \wedge (\sim A \to B)$

論理式を 1 と仮定して真理木を書く。以下のように矛盾が発生したので，論理式は 1 になることはない。よって，恒偽命題である。（途中で矛盾が発生した場合，枝を延ばす必要はない。）



(4)　$A \leftrightarrow (A \wedge B)$

論理式を 1 と仮定して真理木を書く。A が 1，B が 1 のとき，論理式は 1 になるので，恒偽命題ではない。



【問題 49】

（答）（4）

①の場合，P は 0 になるので，P は恒真ではないことがわかる。従って，P は恒偽または偶然的である。（このことは，③からもわかる。）

一方，②により，P が 0 にならない場合がある。（つまり，P を 0 と仮定して②まで進むと矛盾が発生するので，P から②までの枝の状態では，P は 0 にはならない。）

従って，P が 0 になる場合もあれば，0 にならない場合もあるので，P は偶然的である。

（注意）

要するに，○は P が 0 になる場合，×は P が 0 にならない場合である。もし，P が恒偽（P の値が常に 0）であれば，P を 0 と仮定して描いた真理木には，×は登場しない。

この問題のように，○と×の両方が登場した場合は，論理式は偶然的である。しかし，逆は成立しない。論理式が偶然的であっても，○と×の両方が登場するとは限らない。例えば，連言 $A \wedge B$ は偶然的だが，これを 0 と仮定した場合の真理木には×は登場しない。

整理すると，P を 0 と仮定した場合の真理木では，次のことがわかる。

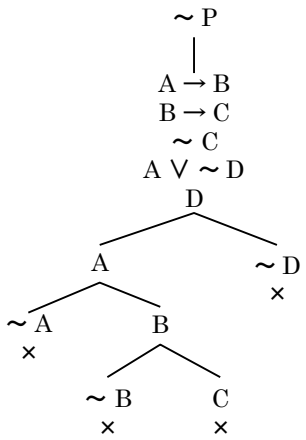
(1)　枝先はすべて×　⇒　P は恒真である

(2)　枝先はすべて○　⇒　P は恒真ではない（P が 0 になる場合がある事しかわからない）

(3)　枝先は○と×の両方　⇒　P は偶然的である

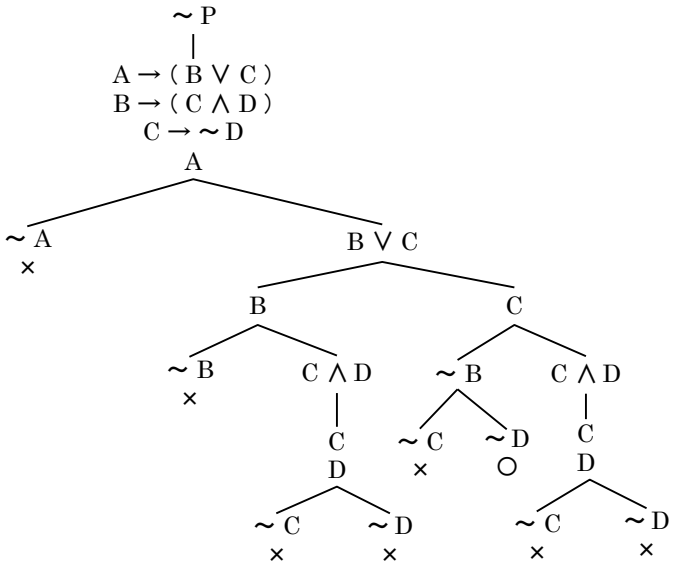
【問題 50】

(1)　与えられた推論式を P と置く。$\sim P$ を 1 と仮定すると矛盾が発生するので，P は恒真である。従って，推論は妥当である。



(2)　与えられた推論式を P と置く。$\sim P$ を 1 と仮定してタブローを書くと，下図のようになる。○が登場したので，$\sim P$ が 1（P が 0）になる場合がある。よって，推論は妥当でない。

（注）$\sim D$，$\sim B$，C，A がすべて 1 の場合，$\sim P$ は 1 になる。



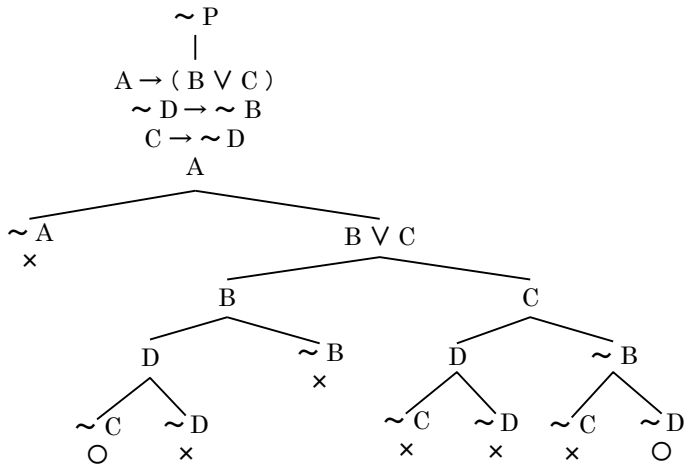
(3)　次のように置く。

A ：その攻撃が成功する。
B ：相手の不意をつく。
C ：相手の守りが弱い。
D ：相手が油断している。

このとき，推論式は次のようになる。

$$A \to (B \vee C),\ \sim D \to \sim B,\ C \to \sim D \quad \to \quad \sim A$$

論理式を P と置く。$\sim P$ を 1 と仮定してタブローを書くと，下図のようになる。○が登場したので，$\sim P$ が 1（P が 0）になる場合がある。よって，推論は妥当でない。



【問題 51】

(1)　次のように置く。

A ：円安になる。
B ：株価が上昇する。
C ：景気は回復する。

このとき，推論は次の形で表現できる。

$$(A \wedge B) \to C,\ B \wedge \sim C \quad \therefore \quad \sim A$$

(1)　$(A \wedge B) \to C$　　前提
(2)　$B \wedge \sim C$　　前提
(3)　$\sim C$　　(2)から
(4)　$\sim(A \wedge B)$　　(3)と(1)から（対偶）
(5)　$\sim A \vee \sim B$　　(4)から（ド・モルガンの法則）

(6)　B　　(2)から
(7)　$\sim A$　　(6)と(5)から

従って，$\sim A$が真になるので，与えられた推論は正しい。

(2)　次のように置く。

A：交通法規が適正である。
B：交通法規の実施が厳重である。
C：交通違反は減る。
D：歩行者の安全は守られる。

このとき，推論は次の形で表現できる。

$$(A \wedge B) \to C,\ (B \to C) \to D,\ A \wedge B \ \ \therefore \ \ D$$

(1)　$(A \wedge B) \to C$　　前提
(2)　$(B \to C) \to D$　　前提
(3)　$A \wedge B$　　前提
(4)　C　　(3)と(1)から
(5)　B　　(3)から
(6)　$B \to C$　　(5)と(4)から
(7)　D　　(6)と(2)から

従って，Dが真になるので，与えられた推論は正しい。

(3)　次のように置く。

A：患者 a は助かる。
B：患者 a に手術を行う。
C：患者 a に薬 b を投薬し続ける。
D：患者 a は体力がある。

このとき，推論は次の形で表現できる。

$$A \to (B \wedge C),\ \sim D \to \sim B,\ \sim D \ \ \therefore \ \ \sim A$$

(1)　$A \to (B \wedge C)$　　前提
(2)　$\sim D \to \sim B$　　前提
(3)　$\sim D$　　前提
(4)　$\sim B$　　(2)と(3)から
(5)　$\sim B \vee \sim C$　　(4)から
(6)　$\sim(B \wedge C)$　　(5)から（ド・モルガンの法則）
(7)　$\sim A$　　(6)と(1)から（対偶）

従って，$\sim A$が真になるので，与えられた推論は正しい。

(4)　次のように置く。

A：明日晴れる。
B：人数が確保されている。
C：明日野球の試合をする。
D：天気予報は正しい。

このとき，推論は次の形で表現できる。

$$(A \wedge B) \to C,\ D \to A,\ B \quad \therefore \quad D \to C$$

(1)	$(A \wedge B) \to C$	前提
(2)	$D \to A$	前提
(3)	B	前提
(4)	D	仮定
(5)	A	(4)と(2)から
(6)	$A \wedge B$	(5)と(3)から
(7)	C	(6)と(1)から

従って，Cが真になるので，与えられた推論は正しい。

【問題 52】

(1)　妥当でない。
(2)　妥当でない。
(3)　妥当である。（対偶）
(4)　妥当でない。（太郎が，怠け者かつ病気の場合もある。）
(5)　妥当でない。（B または C から，B を導出できない。）
(6)　妥当である。（対偶）
(7)　妥当でない。（「逆」は不成立。）
(8)　妥当でない。（前提から導出される結論は，「太郎は作家でも評論家でもない」である。）
(9)　妥当である。（接続詞の「また」は，「かつ」の意味である。）
(10)　妥当である。

推論式は，次の通り。

$$A \to B,\ A \to \sim B \quad \therefore \quad \sim A$$

2 つの前提がともに 1 ならば，Aが 1 になることはない。よって，Aは 0 で，$\sim A$は 1 である。要するに，Aの成立を仮定して矛盾が起これば，（Aではない）が導出される。

(11)　妥当である。

最初の命題は，ド・モルガンの法則により，「太郎はテニスができない」か，または，「花子はテニスができる」であり，少なくとも一方は必ず成立する。

(12)　妥当である。（$A \leftrightarrow B$，A　$\therefore$　B）

(13)　妥当である。

推論式は

$$A \to B,\ \sim A \to C \quad \therefore \quad \sim B \to C$$

となるが，これは次と同値。

$$A \to B,\ \sim A \to C,\ \sim B \quad \therefore \quad C$$

(14)　妥当である。

ジレンマである。一般に，ジレンマとは，次の形式の推論のこと。この推論は常に妥当である。

$$A \to P,\ B \to Q \quad \therefore \quad (A \vee B) \to (P \vee Q)$$

問題文の推論を記号化すると，次のようになる。

$$A \to (B \wedge C),\ \sim A \to (D \wedge C),\ A \vee \sim A \quad \therefore \quad C$$

ここで，上記のジレンマより，次の推論は妥当である。

$$A \to (B \wedge C),\ \sim A \to (D \wedge C) \quad A \vee \sim A \quad \therefore \quad (B \wedge C) \vee (D \wedge C)$$

この結論は「または」だが，どちらにしても C が導出される。

【問題 53】

（答）⑤

主張の後者の文は，最初の文の「逆」なので，論理的に誤り。

①　後者の文は「裏」（誤り）

②　後者の文は「裏」（誤り）

③　後者の文は「対偶」（正しい）

④　後者の文は基本的に「裏」（誤り）

⑤　後者の文は「逆」（誤り）

【問題 54】

(1)（答）C

「A が犯人である」という命題を，同じ A で表す。B と C についても同様。すると，問題文は真理値を使って，次のように表現できる。

①　A，B，C のいずれかが 1 である。（すべてが 1 の場合もある）

②　A が 1 なら，B も 1 である。

③　B が 1 なら，C も 1 である。

（解 1）$C = 0$ とすると，③より $B = 0$ である（③の対偶）。よって，②より，$A = 0$ である。従って，A，B，C のすべてが 0 になり，①に反する。ゆえに，C が必ず 1 になる。

（解 2）①～③を記号化すると，次の通り。（推論の前提と考える。）

(a)　$A \vee B \vee C$，$A \to B$，$B \to C$

$A = 1$のとき，$C = 1$ である。（$A \to B$ と $B \to C$ はともに 1 なので，$A = 1$のときは，$C = 1$である。）

$A = 0$ のとき，(a)は次のようになる。

$0 \vee B \vee C$，$0 \to B$，$B \to C$

$\therefore$　$B \vee C$，$B \to C$　（$0 \to B$ は常に 1 なので，書く必要はない。）

$B \vee C$ が 1 なので，B が 1 または C が 1 である。B が 1 のときは，$B \to C$ が 1 より，C は 1 である。C が 1 のときは，C は 1 である。

以上より，C が必ず 1 になる。

（解 3）上記の 2 つの解法は，「確実に犯人と言える者は 1 名のみとする」という条件があった場合の話である。この条件がない場合，確実に犯人と言える者が 2 名いるかもしれない。

「確実に犯人と言える者は 1 名のみとする」という条件がない場合は，上記の解答を修正するか，論理式

$$(A \vee B \vee C) \wedge (A \to B) \wedge (B \to C)$$

が真になる場合を，真理表で探すことになる。（この論理式を P とする。）

No.	A	B	C	$A \vee B \vee C$	$A \to B$	$B \to C$	P
ア	1	1	1	1	1	1	1
イ	1	1	0	1	1	0	0
ウ	1	0	1	1	0	1	0
エ	1	0	0	1	0	1	0
オ	0	1	1	1	1	1	1
カ	0	1	0	1	1	0	0
キ	0	0	1	1	1	1	1
ク	0	0	0	0	1	1	0

P が 1 になるのは次の場合であるが，どの場合でも 1 になるのは C のみである。

ア：（1，1，1）

オ：（0，1，1）

キ：（0，0，1）

従って，確実に犯人と言える者は C のみである。

(2)（答）B

前問と同様。①～④を記号化すると，次の通り。

(a)　$A \vee B \vee C \vee D$，$A \to (B \vee C)$，$C \to B$，$D \to A$

（イ）$A = 1$のとき，(a)は次と同値。

(b)　$B \vee C$，$C \to B$

$B \vee C$ が 1 より，$B = 1$ または $C = 1$。

$B = 1$ のとき，(b) は $C \to 1$ と同値。

$C = 1$ のとき，(b) は $1 \to B$ と同値で，$B = 1$。

従って，（イ）の場合は，常に B は 1 である。

（ロ）$A = 0$ のとき，(a)は次と同値である。

(c)　$B \vee C \vee D$，$C \to B$，$D \to 0$

$B = 1$ のとき，(c) は $D \to 0$ と同値。

$B = 0$ のとき，(c) は次と同値。

$C \vee D$，$C \to 0$，$D \to 0$

これより，これらは同時に 1 になることはない。

従って，（ロ）の場合は，常に B は 1 である。

（イ）と（ロ）より，B は必ず 1 になる。

【問題 55】

（答）B　（この種の問題は，中級・上級の公務員試験の一般教養でよく出題される。）

A が本当のことを言ったときは 1，ウソを言ったときは 0 で表す。他も同様。言い替えれば，「本当のことを言う＝主張内容が真」と考える。

（イ）A が 1 の場合

A が 1 なので，B が宝くじを当てた。従って，B は 0 である。また，A が 1 なので，D は 0 である。さらに，C が 1 なら E は 0 であり，C が 0 なら E は 1 である。

（ロ）A が 0 の場合

A が 0 なので，B は 1 であり，D も 1 である。このとき，本当のことを言っているのは 2 人なので，C も E もともに 0 である。しかし，これは矛盾であるので，A が 0 になることはない。

以上より，（イ）の場合だけが起こり，それを表にすると次のようになる。2 通りの場合があるが，どちらの場合も A は 1 なので，宝くじを当てたのは B である。

A	B	C	D	E
1	0	1	0	0
1	0	0	0	1