【問題 1】

次の集合を外延的記法（要素を書き並べる方法）で表せ。

$$A = \{\, x \mid -3 < x \leq 2,\ x \text{は整数} \},\quad B = \{\, x \mid x \text{は 4 未満の正の整数} \}$$

【問題 2】

集合 $A = \{a, b, c, d\}$ の部分集合をすべて求めよ。

【問題 3】

男女からなるクラスの生徒全体の集合を U とし，U の次のような部分集合を考える。

$$A = \{\, x \mid x \text{は男の生徒} \},\quad B = \{\, x \mid x \text{はメガネをかけている生徒} \}$$

このとき，以下の集まり（集合）を，A, B を使って（できるだけ簡単に）表せ。

(1)　メガネをかけている男の生徒の集まり

(2)　メガネをかけている女の生徒の集まり

(3)　メガネをかけていない男の生徒の集まり

(4)　男の生徒と，メガネをかけている女の生徒の集まり

(5)　女の生徒と，メガネをかけている男の生徒の集まり

(6)　男の生徒と，メガネをかけていない女の生徒の集まり

(7)　“メガネをかけている男の生徒”以外の生徒の集まり

(8)　メガネをかけていない女の生徒の集まり

【問題 4】

$A = \{1, 2, 3, 5\}$，$B = \{\, 2, 4, 5\}$ のとき，和集合 $A \cup B$，共通部分 $A \cap B$，差集合 $A - B$ を求めよ。

【問題 5】

全体集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ の部分集合 A，B について，

$$A = \{1, 2, 4, 6, 8\},\quad B = \{1, 3, 6, 9\}$$

であるとき，次の集合を求めよ。

(1) $A \cup B$　　(2) $A \cap B$　　(3) $\overline{\overline{A} \cap B}$　　(4) $\overline{A} \cup \overline{B}$

【問題 6】

集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ の部分集合 A，B について，

$$\overline{A} \cap \overline{B} = \{1, 9\},\quad A \cap B = \{\, 2 \,\},\quad \overline{A} \cap B = \{4, 6, 8\}$$

であるとき，次の集合を求めよ。

(1) $A \cup B$　　(2) B　　(3) A

【問題 7】

A, B を全体集合 U の部分集合とするとき，集合

$$(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B})$$

は，どのような集合になるか。もっと，簡単な集合で表せ。

【問題 8】

英語と数学のテストを 75 名に行ったところ，

① 英語の合格点をとったものが 35 名

② 数学の合格点をとったものが 20 名

③ 英語，数学の両科目とも不合格であったものが 30 名

であった。テストを受けたもののうち，英語，数学の両科目が合格点であったものは何名か。

【問題 9】

1 から 100 までの自然数について

(1) 4 または 6 で割り切れる数は，いくつあるか。

(2) 4 でも 6 でも割り切れない数は，いくつあるか。

【問題 10】

有限集合 A，B，C について，次の等式が成立することを示せ。

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$

【問題 11】

1 から 100 までの自然数のうちで，2，3，5 のいずれかで割り切れる数はいくつあるか。

【問題 12】

A, B, C が全体集合 U の部分集合のとき，次の集合を簡単な形で表せ。

(1) $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})$

(2) $(A \cap B) \cup (\overline{A} \cup \overline{B})$

(3) $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B \cup \overline{C}) \cap (A \cup \overline{B})$

【問題 13】

集合 $A = \{a, b, c, d\}$，$B = \{1, 2, 3\}$ に対して，次の直積を求めよ。（直積のすべての要素を求めればよい。）

(1) $A \times B$　(2) $B \times A$　(3) $B \times B \times B$

【問題 14】

ある企業で，情報処理技術者試験に合格した社員を調べたところ，初級システムアドミニストレータ（AD）は 50 人，上級システムアドミニストレータ（SD）は 42 人，システム監査技術者（AU）は 30 人であった。また，SD の合格者の中に，AU が 9 人，AD が 11 人いて，AU の合格者の中に AD が 5 人いた。また，これらすべての試験に合格している者は 3 人であった。いずれか一つ以上の試験に合格している社員は何人か。

【問題 15】

ある飛行機上に，9 人の男の子ども，5 人の日本人の子ども，9 人の男の大人，7 人の外国人の男の子ども，14 人の日本人，6 人の日本人の男，7 人の外国人の女がいる。機上の人数は何人か。

【問題 16】

72 の正の約数はいくつあるか。また，その正の約数の総和はいくらか。

【問題 17】

全体集合 U の部分集合 A, B について

$$A \cup B = U \quad \text{かつ} \quad A \cap B = \phi$$

であるとき，$\overline{A} = B$ が成立することを証明せよ。

【問題 18】

全体集合 U の部分集合 A, B について

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

が成立することを証明せよ。

【問題 19】

次の 8 つの命題①～⑧のうち，正しい命題をすべて選べ。

① 4 は偶数であるか，または，$4 > 3$ である。
② 4 は偶数であるか，または，$4 \leq 3$ である。
③ 4 は奇数であるか，または，$4 > 3$ である。
④ 4 は奇数であるか，または，$4 \leq 3$ である。
⑤ 4 は偶数であり，かつ，$4 > 3$ である。
⑥ 4 は偶数であり，かつ，$4 \leq 3$ である。
⑦ 4 は奇数であり，かつ，$4 > 3$ である。
⑧ 4 は奇数であり，かつ，$4 \leq 3$ である。

【問題 20】

命題 A, B, C について，次の複合命題の真理表を求めよ。▽は，排他的選言（排他的論理和）である。

(1)　$A \vee \sim B$　　(2)　$A \triangledown \sim B$　　(3)　$(\sim A \wedge B) \vee \sim C$

【問題 21】

次の①～④の論理式のうちで，論理式 $\sim((A \vee B) \wedge C)$ と等しいものはどれか。

①　$(A \wedge B) \vee \sim C$　　②　$A \wedge B \wedge \sim C$

③　$\sim A \vee \sim B \vee \sim C$　　④　$(\sim A \wedge \sim B) \vee \sim C$

【問題 22】

次の論理式を簡単にせよ。

①　$(A \vee B) \wedge (A \vee \sim B)$　　②　$(A \vee B) \wedge (\sim A \vee B) \wedge (A \vee \sim B)$

【問題 23】

次の論理式のうち，$(X \wedge \sim Y) \vee (\sim X \wedge Y)$ と等しいものはどれか。

①　$(X \vee Y) \wedge (\sim X \vee Y)$　　② $(X \vee Y) \wedge (X \vee \sim Y)$

③　$(X \vee Y) \wedge (\sim X \vee \sim Y)$　　④ $(X \vee \sim Y) \wedge (\sim X \vee Y)$

【問題 24】

論理式

$$(\sim A \wedge \sim B \wedge \sim C) \vee (\sim A \wedge B \wedge \sim C) \vee (A \wedge \sim B \wedge \sim C) \vee (A \wedge B \wedge \sim C)$$

と等しい論理式はどれか。

ア　A　　イ　B　　ウ　$\sim B$　　エ　$\sim C$

【問題 25】

目の前に天国への分かれ道があった。標識には次のように書いてあった。

> 左の道または右の道を行けば，天国に行く。さらにもし，右の道が天国への道ならば左の道も天国への道である。

この標識の内容が真実ならば，どちらの道を選べば確実に天国へ行けるか？　理由も述べよ。

【問題 26】

A，B，C の３人について，次の 3 つのことが分かっている。この情報から A，B，C の性別（男または女）を求めよ。

① A または B が男ならば，C は女である。

② A または B が女ならば，C は男である。

③ A と B の両方が女ならば，C は女である。

（ヒント）「または」の練習である。A が男の場合は 1，A が女の場合は 0 と表す。B，C についても同様として，1 と 0 で考えればよい。

【問題 27】

次の命題を記号化せよ。（要素命題に分割して，そのまま記号化すればよい。論理式を簡潔にする必要はない。）

(1) 胃の調子は悪くないが，腸の調子が悪い。

(2) 天気が良いのに，人出が少ない。

(3) 太郎は英語もドイツ語も話さない。

(4) 太郎と花子が来る，ということはない。

(5) 花子は語学はできるが歌はうまくない，ということはない。

(6) 太郎はギターとベースを弾けるわけではない。

【問題 28】

次の命題を記号化せよ。

(1) 花子はホウレン草かニンジンを好まない。

(2) 花子か太郎がジャズ好きである，ということはない。

(3) 窓を壊したのは，花子か太郎である。

(4) 花子か太郎が合格して，次郎が合格しない。

(5) 花子と太郎が参加するか，花子と次郎が参加する。

【問題 29】

次のように命題 A，B，C を定めるとき，以下の各命題を論理式で表せ。

A ：花子は出席する。

B ：太郎は出席する。

C ：次郎は出席する。

(1) 花子も太郎も出席する。

(2) 花子と太郎は出席しない。

(3) 花子と太郎と次郎が出席する。

(4) 花子は出席するが，太郎と次郎は出席しない。

(5) 花子は出席して太郎は出席しないが，次郎は出席する。

(6) 花子と太郎のどちらも出席しないが，次郎は出席する。

(7) 花子も太郎も出席しない，なんてことはない。

(8) 花子は出席せず，太郎は出席して，次郎は出席しない。

【問題 30】

次のように命題 A, B, C を定めるとき，以下の各命題を論理式で表せ。

A ：花子は出席する。

B ：太郎は出席する。

C ：次郎は出席する。

(1) 花子か太郎が出席する。

(2) 花子か太郎か，どちらかは出席する。

(3) 花子か太郎か，どちらかが出席する。

(4) 花子か太郎か，どちらかは出席しない。

(5) 花子か太郎か，どちらかが出席しない。

(6) 花子か太郎が出席しない。

(7) 花子が出席しないか太郎が出席しない。

(8) 花子か太郎か次郎が出席しない。

(9) 花子が出席するか，あるいは太郎か次郎が出席しない。

【問題 31】

次のように，命題

A ：花子は出席する。

B ：太郎は出席する。

を定めるとき，排他的選言 $A \bigtriangledown B$ を日本文に翻訳せよ。

【問題 32】

次の各命題の否定命題を述べよ。

(1) 花子は太郎と次郎にメールを出した。

(2) 花子は太郎か次郎にメールを出した。

(3) 今週は，花子は土曜日にも日曜日にも家にいる。

(4) 花子か太郎の少なくともどちらか一人は家にいる。

(5) 今週は，土曜日にも日曜日にも，花子か太郎の少なくともどちらかが家にいる。

(6) 花子か太郎は，論理学と哲学の両方を履修している。

【問題 33】

A は男性で，B は女性である。

A は男性であるから，次の命題 P は真である。

P ：A または B は男性である

B は女性であるから，次の命題 Q は真である。

Q ：A または B は女性である

男性でなければ女性，女性でなければ男性とすると， P と Q は，A または B が，男性であり

女性であることを意味する。よって，男性かつ女性が存在することになる。

さて，上記の論法のどこがおかしいか。

【問題 33】

次の論理式の真理表を作成せよ。

(1)　$\sim A \to B$

(2)　$(A \wedge B) \to A$

(3)　$((A \to B) \to C) \to (\sim A \vee C)$

【問題 34】

次の命題を記号化せよ。

(1)　天気がよくなければ，人出は少ない。

(2)　太郎が犯人ならば，次郎か三郎がウソをついている。

(3)　太郎は，証言して本当のことを言えば有罪になるし，また，証言しなければ有罪になる。

(4)　もし太郎か花子の少なくとも一人が犯人であり，しかも花子が犯人でないとすると，太郎が犯人である。

【問題 35】

次の命題の否定命題を述べよ。

(1)　その日が日曜日ならば，学校は休みである。

(2)　天気がよくなければ，人出は少ない。

(3)　太郎が犯人ならば，次郎か三郎がウソをついている。

(4)　太郎も次郎も犯人でなければ，花子が犯人である。

【問題 36】

次の命題の逆・裏・対偶を述べ，それらの真偽を調べよ。x は実数である。

(1)　$x^2 > 9$ ならば $x \neq 3$

(2)　$x = 2$，$y = 1$ ならば $x + y = 3$

【問題 37】

次の命題の逆・裏・対偶を述べよ。

(1)　花子が出席すれば，太郎も出席する。

(2)　花子も太郎も出席しなければ，次郎は出席しない。

(3)　花子か太郎が出席すれば，次郎も三郎も出席する。

【問題 38】

次の(a)～(d)の中で，「火のないところに煙は立たぬ」という命題と同値な命題はどれか。

(a)　火があれば必ず煙が立つ。

(b)　火がなくても煙が立つことがある。

(c)　煙が立っていれば必ず火がある。

(d)　煙が立っていなくても火があり得る。

【問題 39】

次の各命題が真であることを証明せよ。ただし，a, b は実数である。

(1)　$ab = 1$ ならば，$a \neq 0$ かつ $b \neq 0$

(2)　$a^2 + b^2 = 0$ ならば，$a = 0$，$b = 0$

【問題 40】

次の論理式の真理表を作成せよ。

(1)　$A \leftrightarrow (A \leftrightarrow A)$

(2)　$(A \leftrightarrow \sim B) \wedge (\sim A \leftrightarrow B)$

(3)　$(A \wedge C) \rightarrow (A \rightarrow (B \leftrightarrow C))$

【問題 41】

次の命題を記号化せよ。

(1)　太郎が出席するのは，花子が出席する場合だけである。

(2)　$x^2 = 1$ であるのは，$x = 1, -1$ であるときに限る。

(3)　気分が悪いかまたは気分は悪くないが体調が悪いとき，そしてそのときだけ，体調が悪ければ気分が悪い。

(4)　神が完全であるのは神が存在するときだけであって，神が完全であるときだけこの世には悪は存在しない。

【問題 42】

次の（　）の中に，「必要」「十分」「必要十分」のうち，最も適するものを入れよ。

(1)　$(a - b)(b - c) = 0$ であることは，$a = b = c$ であるための（　　）条件である。

(2)　$a = b = 0$ であることは，$ab = 0$，$a + b = 0$ であるための（　　）条件である。

(3)　$a + b < 0$ であることは，$a < 0$ または $b < 0$ であるための（　　）条件である。

【問題 43】

次の命題が恒真であることを，真理表を作成して示せ。

(1)　$(A \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow B$

(2)　$(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \leftrightarrow ((A \wedge B) \rightarrow C)$

【問題 44】

命題 A, B, C について，$A = 1$，$B = 0$，$C = 1$ のとき，以下の複合命題の真理値を求

めよ。

(1)　$\sim(\sim A \vee \sim B \vee \sim C)$

(2)　$(\sim A \wedge B) \vee (A \wedge \sim C)$

(3)　$(A \wedge C) \to (A \to (B \leftrightarrow C))$

(4)　$((A \to C) \wedge (B \to C)) \leftrightarrow ((A \vee B) \to C)$

【問題 45】

次の複合命題について，命題記号に真理値を代入して，恒真・恒偽・偶然的のいずれであるかを判定せよ。

(1)　$(A \vee B) \to \sim A$

(2)　$(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow ((A \to B) \wedge (B \to A))$

(3)　$(A \wedge (B \vee C)) \to (A \to C)$

【問題 46】

論理式を変形して，以下の等式を示せ。「1」は恒真命題，「0」は恒偽命題を表す。

(1)　$((A \wedge B) \to A) = 1$

(2)　$(A \wedge B) \wedge (\sim A \wedge C) = 0$

(3)　$(A \to B) = ((A \wedge B) \leftrightarrow A)$

【問題 47】

命題 A, B について，

$A \to B = B \to A$ ならば $A = B$

となることを示せ。

【問題 48】

真理木を使って，以下を示せ。

(1)　次の命題は恒真である。

$(A \wedge B) \vee (\sim A \vee \sim B)$

(2)　次の命題は恒真ではない。

$(A \vee B) \to \sim A$

(3)　次の命題は恒偽である。

$\sim B \wedge (A \to B) \wedge (\sim A \to B)$

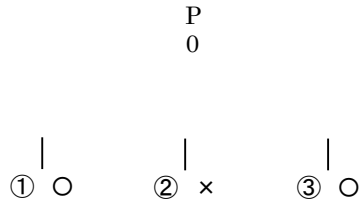
(4)　次の命題は恒偽ではない。

$A \leftrightarrow (A \wedge B)$

【問題 49】

論理式 P の真理値を 0 と仮定して真理木を書いたら，下図のようになった。途中の真理木は

省略している。①～③は最後の枝先のすべてであり，○は矛盾が発生しない場合，×は矛盾が発生した場合である。



このとき，P について何がわかるか。次の中で最も適切なものを選べ。

(1)　P は恒真ではない。

(2)　P は恒偽または偶然的である。

(3)　P は恒偽である。

(4)　P は偶然的である。

【問題 50】

次の推論が妥当かどうかを，分析タブローで判定せよ。

(1)　$A \to B$，$B \to C$，$\sim C$，$A \vee \sim D$　$\therefore$　$\sim D$

(2)　$A \to (B \vee C)$，$B \to (C \wedge D)$，$C \to \sim D$　$\therefore$　$\sim A$

(3)（推論）

その攻撃が成功するためには，相手の不意をつくか，相手の守りが弱いことが必要である。

相手が油断していなければ，不意はつけない。

相手の守りが弱ければ，相手は油断していない。

$\therefore$　その攻撃は成功しない。

【問題 51】

以下の推論を記号化し，その妥当性を自然演繹法で示せ。

(1)　（推論）

円安になり，株価が上昇すれば，景気は回復する。

株価は上昇したが，景気は回復していない。

$\therefore$　円安になっていない。

(2)　（推論）

交通法規が適正であり，その実施が厳重ならば，交通違反は減る。

実施が厳重なとき交通違反が減るならば，歩行者の安全が守られる。

交通法規は適正であり，その実施は厳重である。

$\therefore$　歩行者の安全は守られる。

(3)　（推論）

患者 a が助かるためには，手術を行い，薬 b を投薬し続けることが必要である。
しかし，体力がないので，手術を行うことができない。
∴　患者 a は助からない。

(4)　（推論）
もし明日晴れて，人数が確保されていれば，明日野球の試合をする。
天気予報が正しければ，明日晴れる。
人数は確保されている。
∴　天気予報が正しければ，明日野球の試合をする。

【問題 52】

以下の推論の中で，妥当なものを選択せよ。（選ぶだけで良い。妥当かどうかすぐに分からない場合は，記号化して考えればよい。）

(1)　（推論）
戦争が起こると，物価が上がる。
戦争が起こっていない。
∴　物価は上がらない。

(2)　（推論）
A さんがイラク人なら，アラビア人である。
A さんはアラビア人である。
∴　A さんはイラク人である。

(3)　（推論）
太郎は体調が悪くなければ，この球が打てる。
太郎はこの球が打てない。
∴　太郎は体調が悪い。

(4)　（推論）
太郎は怠け者であるか，または病気である。
太郎は病気である。
∴　太郎は怠け者でない。

(5)　（推論）
花子は大学に入学したら，ピアノを続けるか，または，スポーツをする。
∴　花子は大学に入学したら，ピアノを続ける。

(6)　（推論）
太郎が論理学者ならば，成人である。
太郎が成人ならば，酒が飲める。
∴　太郎は酒が飲めないなら，論理学者ではない。

(7)　（推論）

花子が選手ならば，足が速い。

花子が選手ならば，日焼けしている。

花子は足が速く日焼けしている。

∴　花子は選手である。

(8)　（推論）

太郎が作家であれば，文がうまい。

太郎が評論家であれば，話がうまい。

太郎は文も話もうまくない。

∴　太郎は作家でないか，評論家でないかのどちらかである。

(9)　（推論）

a 君は勉強し，また運が良ければ，入学試験に失敗することはない。

a 君は入学試験に失敗した。

∴　a 君は，勉強しなかったか，または，運が良くなかった。

(10)　（推論）

月末にテストがあれば，今日発表がある。

月末にテストがあれば，今日発表がない。

∴　月末にテストはない。

(11)　（推論）

太郎がテニスができて，花子がテニスができない，ということはない。

太郎はテニスができる。

∴　花子はテニスができる。

(12)　（推論）

太郎は困っているとき，そしてそのときのみ人に相談する。

太郎は困っている。

∴　太郎は人に相談する。

(13)　（推論）

花子が出席すればこの会議は開かれ，花子が欠席すればこの会議は延期される。

∴　この会議が開かれないとき，この会議は延期される。

(14)　（推論）

人間がもし欲望をもつならば，挫折して苦しむ。

人間がもし欲望をもたないならば，退屈して苦しむ。

人間は欲望をもつかもたないかのどちらかである。

∴　人間は苦しむ。

【問題 53】

次の（主張）は論理的に誤っている。①～⑤のうち，（主張）と同じ論理的誤りをしている

ものを 1 つ選べ。

（主張）

一般に，薬に成分 a が含まれているなら，病気 b には効き目がありません。その薬は病気 b には効き目がありませんので，成分 a が含まれています。

① 人は結婚すれば，幸せになるといわれています。私は結婚しないので，幸せにはなれません。

② 台風警報が発令されていなければ，大学は休みではありません。台風警報が発令されているので，大学は休みです。

③ 天気が良くなければ，洗濯物は乾きません。洗濯物が乾かないので，天気が良くありません。

④ 人は子どもであれば，一人では暮らせません。太郎は子どもではありません。だから，太郎は一人で暮らせます。

⑤ 太郎が犯人なら，犯行時間にアリバイが無いはずです。彼にはアリバイがありません。だから，彼が犯人です。

【問題 54】

(1) S 県で殺人事件が発生した。それについて，次の情報が警察に寄せられた。

① A，B，C の誰かが犯人です。
② A が犯人なら，B も犯人です。
③ B が犯人なら，C も犯人です。

これらの情報がすべて正しいとすれば，確実に犯人と言える者はだれか。ただし，確実に犯人と言える者は 1 名のみとする。

(2) S 県で殺人事件が発生した。それについて，以下の情報が警察に寄せられた。

① A，B，C，D の誰かが犯人です。
② A が犯人なら，B か C のいずれかが犯人です。
③ C が犯人なら，B も犯人です。
④ D が犯人なら，A も犯人です。

これらの情報がすべて正しいとすれば，確実に犯人と言える者はだれか。ただし，確実に犯人と言える者は 1 名のみとする。

【問題 55】

A，B，C，D，E の 5 人が，誰が宝くじを当てたかについて話し合いをしている。このうち，本当のことを言っているのは 2 人で，残りの 3 人はウソをついている。このとき，宝くじを当てたのは誰か。

A 「*B* が宝くじを当てた。」

B 「僕は当てていない。」

C 「*E* が宝くじを当てた。」

D 「*A* はウソをついている。」

E 「*C* はウソをついている。」