

論文

文系学生の統計学の教育の問題点

古川 徹¹⁾

Toru Furukawa

キーワード：統計学，統計学の教育，文系学生

Keywords : statistics, statistics education, liberal arts student

はじめに

本論文では、本学の統計学履修者の高校数学の履修状況を報告し、本学文系学生の統計学の教育の問題点・改善点を、主に高校数学の履修状況の視点から考察する。

本学では、昔から「統計学」の授業が一般教養科目として開講されている。履修年次が1年次の半期2単位の科目である。2009年度にスタートした看護学部および総合人間学部では、この統計学は両学部の共通教育科目になり、両学部の合同授業という形態で実施されている。従来、授業は選択科目であったが、2012年度から看護学部においては卒業要件に関わる必修科目に変更された。この授業を昔から担当する者としては、大きな変更であった。総合人間学部では選択科目のままであったが、履修者数が増大したために2クラス編成を実施し、1つのクラスは看護学部の学生のみ、もう1つのクラスは両学部の学生で構成されている（2016年度の統計学履修登録者数は133名である）。

統計学の必修化により、学生の高校での数学の履修状況の差異が問題になってきた。従来から入試制度の多様化により多様な学生が入学し、高校での学習内容に差異はあったが、選択科目であったため履修者のレベルも一定の範囲内に収束していた。しかし、現在では、多様なレベルの学生に対応した授業を展開しなければならず、検討課題も増えてきた。例えば、統計学履修者のうち、高校の「数学A」を履修していない者が1割程度いる。よって、数学Aの内容である順列・組合せ・確率などの基本事項（統計学学習の予備知識）を高校で学習していない学生もまた、この授業の単位を修得しなければならない状況になった。また、今回の履修状況調査により、高校の数列の履修者がおよそ半数であることも判明した。数列を知っている学生と知らない学生が半々という状況で、どちらにフォーカスを合わせるのかも解決すべき課題になってきた。

もちろん、高校での学習の経験は必ずしも統計学の成績に直結せず、高校で履修はしたがその学習内容を完全に忘れてしている学生も多い。しかし、一般的には高校での数学の学習経験の有無は統計学の授業の理解に影響を及ぼす。このような、数学の履修状況の差異のある集団に対して、授業の質を落とさずに履修者全員に統計学の基本事項を理解させることは、なかなか難しい。1年次生に限定しても、履修者の中には数学Iしか履修していな

¹⁾ 山陽学園大学総合人間学部生活心理学科

い学生が複数いる。このような学生と、数学Ⅱや数学 B も履修した学生に対して、同一の授業をしてもよいのかという疑問も生じる。極論すれば、入学を許可した学生が高校で履修していないような科目の知識を前提にした授業を、当該学生に必修科目として実施してはならないという理屈も考えられる。しかし、これでは大学教育は成立しないだろう。

この種の問題は他大学にもあり、今回、比較・参考の意味で、A 大学の学生に対しても、同一の履修状況調査を実施した。統計学ではなく著者が非常勤で教えている他大学の微分積分学の授業であり、学生の所属学部は理学部である。今では、数学Ⅲや物理の未履修者が理学部・工学部に入学することは珍しいことではなくなったが、この A 大学の授業でも数学Ⅲの未履修者が 1 割を超え、この対応策について実際に授業を担当している著者のみならず、A 大学の検討課題にもなっている。

以下では、本学の統計学の履修者および A 大学の学生に実施した高校数学の履修状況調査の結果を報告し、文系学生の統計学の教育の問題点や改善点を考察する。この文系学生は、本学の学生を指しており一般化した話ではない。なお、本学の看護学部が文系であるかどうかは意見が分かれるところであるが、一般試験の入試の数学に「数学Ⅱ」「数学 B」「数学Ⅲ」の科目がないという単純な理由から、文系という名称を使っている。

第 1 章 高等学校の学習指導要領

1.1 高校数学の科目と学習項目

以下では、現在の高校数学の科目と学習項目について簡単に確認する。また、確率・統計分野を扱った高校数学の科目の変遷も簡単に考察する。学習指導要領については、その改訂時に従前のもの（すなわち直前の改訂）と比較され様々な意見が出されるが、指導要領の長期的な変遷も見る必要があるだろう。

現行の学習指導要領については、平成 20 年(2008 年)3 月に、幼稚園教育要領、小学校学習指導要領及び中学校学習指導要領が公示され、平成 21 年(2009 年)3 月に高等学校学習指導要領及び特別支援学校の学習指導要領が公示された。その後、幼稚園では平成 21 年度から、小学校では平成 23 年度から、中学校では平成 24 年度から、新学習指導要領が全面実施されている。高等学校の学習指導要領は、平成 25 年(2013 年)4 月 1 日の入学生から年次進行により段階的に適用され、それに先立って、高等学校の数学、理科及び理数の各教科・科目については、平成 24(2012 年)年 4 月 1 日の入学生から年次進行により先行して実施されている。

これに伴い、大学入試センター試験では、平成 27 年度（2015 年度）から、数学と理科のみ新学習指導要領に対応した科目が出題され、平成 28 年度からは数学・理科以外の教科も新学習指導要領に対応した出題となった。従って、数学の科目に限定していえば、いわゆる現在の現役の大学 2 年次生が改訂された高等学校学習指導要領の数学を学習した一期生になる。

この高校数学の科目と学習項目は表 1 のとおりである。従前からの改訂のポイントをいくつか確認すると、以下のとおりである。

(1) 数学 I が、すべての高校生が履修する共通必修科目として位置付けられた。従前の

指導要領では、必履修科目は「数学基礎」及び「数学 I」のうちから 1 科目であった。

表 1. 高校数学の科目と学習項目

科目	標準単位数	学習項目	備考
数学 I	(3)	① 数と式 ② 図形と計量 ③ 二次関数 ④ データの分析 ([課題学習])	(共通必履修科目) ・全項目 (①～④) を履修
数学 II	(4)	① いろいろな式 ② 図形と方程式 ③ 指数関数・対数関数 ④ 三角関数 ⑤ 微分・積分の考え	・全項目 (①～⑤) を履修
数学 III	(5)	① 平面上の曲線と複素数平面 ② 極限 ③ 微分法 ④ 積分法	・全項目 (①～④) を履修
数学 A	(2)	① 場合の数と確率 ② 整数の性質 ③ 図形の性質 ([課題学習])	・①～③から選択して履修
数学 B	(2)	① 確率分布と統計的な推測 ② 数列 ③ ベクトル	・①～③から選択して履修
数学活用	(2)	① 数学と人間の活動 ② 社会生活における数理的な考察	・全項目 (①②) を履修

- (2) 数学 I に、「データの分析」の項目が追加され 1 項目増えた (従前は①～③)。その具体的内容は、度数分布表・ヒストグラム、代表値 (平均値・モード・中央値)、散布度 (範囲・四分位偏差・箱ひげ図・分散・標準偏差)、相関 (散布図・相関係数) である。数学 I の教科書によっては、表計算ソフトによるデータの分析のページもあり、ワークシートを利用した標準偏差・相関係数の求め方が説明されている⁶。
- (3) 従前の数学 A (「場合の数と確率」「集合と論理」「平面図形」) はそのすべての学習項目を履修させる科目であったが、改訂後は、生徒の実態等に応じて表 1 の①～③の学習項目から適宜選択して履修させる科目になった。
- (4) 従前の数学 B の学習項目は、「数列」「ベクトル」「統計とコンピュータ」「数値計算とコンピュータ」であったが、「統計とコンピュータ」「数値計算とコンピュータ」が消えて、代わりに従前の数学 C の「確率と確率分布」と「統計処理」の両方の内容が、数学 B に「確率分布と統計的な推測」という項目で追加された。
- (5) 従前の数学 C が廃止されたために、その学習項目であった「行列とその応用」も消えた。数学 C の行列の内容の一部は、「数学活用」に移行されている。

1.2 高校数学の必修科目の変遷

表2は、国立教育政策研究所の学習指導要領データベース²を参照して、高校数学の必修科目の変遷を簡単にまとめたものである。昭和35年告示のものについては、すべての生徒に修得させる科目は「数学Ⅰ」であるが、普通科や職業教育を主とする学科徒等の場合には、さらに「数学ⅡA」または「数学ⅡB」が加わっている。括弧内の数値は標準単位数である。

表2. 高校数学の必修科目の変遷

学習指導要領	数学科における必修科目	備考
昭和35年告示 (昭和38年度実施)	「数学Ⅰ」(5), 「数学ⅡA」(4) または 「数学ⅡB」(5)	左記は普通科等の場合
昭和45年告示 (昭和48年度実施)	「数学一般」(6) または 「数学Ⅰ」(6)	「数学Ⅰ」は全項目履修
昭和53年告示 (昭和57年度実施)	「数学Ⅰ」(4)	全項目履修
平成元年告示 (平成6年度実施)	「数学Ⅰ」(4)	新規に「数学A」が設置
平成11年告示 (平成15年度実施)	「数学基礎」(2) または 「数学Ⅰ」(3)	科目ごとに全項目履修
平成21年告示 (平成24年度実施)	「数学Ⅰ」(3)	全項目履修

今回の改訂で数学Ⅰが共通必修科目になったことは、統計や数学を教える立場からすると高く評価したい。ただし、数学Ⅰの必修化は、平成元年告示の指導要領に戻った形になる。さらに、その標準単位数である3単位については、平成11年告示のものを除けば、昭和35年の告示以降、過去最低になった。

また、必修科目の減単位措置は従来どおりであり、数学Ⅰの標準単位数については、学習指導要領総則の第3款1の(1)⁵により、生徒の実態及び専門学科の特色等を考慮し、特に必要がある場合には、3単位から2単位にすることができると規定されている。

学習指導要領は、普通科のみならず専門学科などの多様な教育課程に対応した基準を示したものである。従って、「すべての高校生に必要な数学的素養は何かという視点で検討された」⁴ 数学Ⅰの内容や標準単位数およびその配慮については、十分に理解できる。しかし、一方では多様な高校から多様な入試制度で入学する大学進学者が増えており、そのため、国数英の教科においても必修科目しか履修していないような大学生が今後増えるのではないだろうか。

高校の学習指導要領は高校の教育課程の最低基準を示したものであり、大学入学の基準を示したものではない。しかし、日本では高校を卒業すれば、自動的に大学入学資格が得られる。従って、多様な入試制度を導入するにしても、例えば「大学進学者に対する高校の必修科目と標準単位数」のような別基準を、さらには、必修科目程度しか履修していない進学者に対する対応策を、大学側が今後検討すべきではないだろうか。

1.3 高校数学の確率・統計分野の科目の変遷

表 3 は、国立教育政策研究所の学習指導要領データベース²を参照して、高校数学の確率・統計に関連する内容を扱った科目の変遷である。ただし、現行の「数学活用」や、過去の「数学基礎」「数学一般」「数学ⅡA」、S57 の「数学Ⅱ」、専門学科の「応用数学」などは除外しているため完全なものではない。

表 3. 高校数学の確率・統計分野の科目の変遷

実施年度 学習内容	S38	S48	S57	H6	H15	H24 (現行)
順列と組合せ	数学ⅡB	数学Ⅰ	確率と統計	数学Ⅰ	数学A	数学A
事象と確率	数学Ⅲ	数学Ⅰ	確率と統計	数学Ⅰ	数学A	数学A
独立な試行と確率	数学Ⅲ	数学Ⅰ	確率と統計	数学Ⅰ	数学A	数学A
反復試行の確率	数学Ⅲ	数学Ⅰ	確率と統計	数学Ⅰ	数学A	数学A
条件つき確率	数学Ⅲ	数学Ⅰ	確率と統計	数学B	数学C	数学A
二項定理	数学ⅡB	数学ⅡB	確率と統計	数学A	数学A	数学Ⅱ
期待値	数学Ⅲ	数学Ⅰ	確率と統計	数学Ⅰ	数学A	数学B
資料の整理	数学Ⅲ	(なし)	確率と統計	数学C	数学B	数学Ⅰ
代表値	数学Ⅲ	(なし)	確率と統計	数学C	数学B	数学Ⅰ
分散・標準偏差	数学Ⅲ	数学Ⅲ	確率と統計	数学C	数学B	数学Ⅰ
相関と相関係数	数学Ⅲ	(なし)	(なし)	数学C	数学B	数学Ⅰ
確率変数と確率分布	数学Ⅲ	数学Ⅲ	確率と統計	数学B	数学C	数学B
母集団と標本	数学Ⅲ	数学Ⅲ	確率と統計	数学C	数学C	数学B
二項分布	数学Ⅲ	数学Ⅲ	確率と統計	数学B	数学C	数学B
正規分布	数学Ⅲ	数学Ⅲ	確率と統計	数学C	数学C	数学B
推定	数学Ⅲ	数学Ⅲ	確率と統計	数学C	数学C	数学B
検定	数学Ⅲ	数学Ⅲ	確率と統計	(なし)	(なし)	(なし)

前述したように、現行の数学Ⅰに「データの分析」が追加され、表 3 の「資料の整理」「代表値」「分散・標準偏差」「相関と相関係数」が数学Ⅰの内容になった。これらの内容は、従前では数学B、さらにそれ以前では、「確率と統計」や「数学Ⅲ」の科目の内容であった。「データの分析」の追加は大きな改訂であり、「統計の基本的な考えを理解するとともに、それをを用いてデータを整理・分析し傾向を把握できるようにする」⁵ことが、数学Ⅰの目標の1つになった。

また、一番の大きな改訂は、従来「数学C」「確率と統計」「数学Ⅲ」などで扱われていた推測統計の内容(表 3 の「確率変数と確率分布」から「推定」)が、数学Bに「確率分布と統計的な推測」という項目で移行したことである。数学Bのこの項目が大学入試であまり出題されないという理由から高校での履修率は一般に低いと言われているが、各大学の統計教育にどのような影響を与えているのか非常に興味がある。

なお、細かな話をすれば、例えば「二項定理」が数学Ⅱに移行したのはよいが、高校の

教科書の二項定理の解説ページには相変わらず Σ を使った標記が書かれていない^{7, 12}。つまり、次の等式である。

$$(a + b)^n = \sum_{r=0}^n {}_n C_r a^{n-r} b^r$$

履修順の標記の整合性が要因と思われるが、そうであれば、数学 B の Σ の解説ページに明記すべきであろう。しかし、調査した教科書では、このページにも書かれていない。かろうじて、数研出版の数学 B の二項分布の解説ページにおいて、そのページの下に小さな字で Σ を使った標記があった¹⁰。昔の高校生は上記の形で覚えたものだが、これを大学の授業で板書するときには要注意である。

「条件つき確率」が数学 C から数学 A に移行したのは大いに評価でき、統計学の授業でも説明しやすくなったが、「事象の独立性」が復活していないのは残念である。確率変数の独立性の定義である $P(X = a, Y = b) = P(X = a)P(Y = b)$ は、事象の独立性からも理解する必要がある。なお、以前、独立試行の定理という名称で学生に説明していたが、それが「反復試行の確率」に変更されていることに気づき反省したという経験がある。授業にもよるが、大学教員は高校の学習指導要領の改訂に注意し、現行の教科書に一度は目を通すべきであろう。

第 2 章 統計学の授業の概要と学校設定科目

2.1 統計学の授業の概要

本学の統計学の授業の概要を説明する。コンピュータ室で表計算ソフトを使用して 15 回の授業を実施したこともあるが、現在は、座学の講義である。内容と流れは、高校数学 B の「確率分布と統計的な推測」とほぼ同じであり、あとはプラスアルファである。学習指導要領では、「確率分布と統計的な推測」の分野について「理論的な扱いに深入りせず」とあるが、学生が理解可能と思われる範囲まで理論的な扱いに深入りしている。

統計学入門は目標をどこに置くかでその授業方法は千差万別であるが、高校数学 B 程度の計算問題を解く力の養成、そして、将来、自力で統計の書籍を読める力を養成することを目標にしており、学生が理解できると思われる基本事項はすべて説明している。また、各種の定理は、数学 I や数学 A の知識で証明できるものは、授業時間中に、あるいは補足文書でその証明を示している。

授業内容を羅列すると、度数分布表、ヒストグラム、代表値（平均、メジアン、モードなど）、散布度（範囲、四分位偏差、平均偏差、分散、標準偏差）、データの 1 次変換、チェビシェフの不等式、データの標準化、変動係数、偏差値、相関関係、相関係数、回帰直線、高校の確率の復習、離散的確率変数、確率変数の標準化、同時確率分布、確率変数の独立性、正規分布、無作為標本、大数の法則、中心極限定理、二項分布、ド・モアブル・ラプラスの定理、点推定、母平均・母比率の区間推定、母平均・母比率の検定、などである。これらは、統計学入門の一般的な内容である。年度によっては時間不足のために、回帰直線や検定を解説できずに授業が終了することもある。

この授業の最大の問題・課題はといえば、学生が自力で読めるような統計学のテキストがないことである。いろいろなテキストを使用してきたが、適当なものがない。テキスト

を自力で読み進める学生もいるが、多くの学生にはどのテキストも難解のようである。高校で数学 I や数学 A までしか履修していない学生には、大学生用の市販の統計学の書籍はどれも難しく、最初から理解不能と思われるようである。あるいは、そもそも自力で読んで理解するという意識が多くの学生には無いのかもしれない。

そこで、テキストの他に、補足文書や練習問題の B4 プリントを配布している。2016 年度は、補足文書は 112 ページ、練習問題のプリントの問題数は 170 題、練習問題の解答を詳しく説明した TeX による解答のプリントは 92 ページにもなった。練習問題の多くは、高校数学 B の教科書の例題や練習問題とほぼ同じであり、できるだけ数値を簡単にして出題している。補足文書はテキストの補足というより、高校数学 B の教科書の内容を少し発展させて理論的に解説したものになっている。

2.2 学校設定科目

以前、学生の高等数学の学習内容を把握する目的で調査書を調べたことがあったが、この作業は途中で断念した。調査書だけではやはり把握が困難だったからである。数学 A と数学 B では全項目が必履修になっていないため、調査書の科目名と単位数だけでは全項目を学習したのかどうかが不明であった。

また、教育上の必要から学校独自で設定できる「学校設定科目」の内容が全く不明であった。調査書に「数学演習」「総合数学」「数学研究」などの科目名が書かれていても、それが基礎学力養成の科目なのか大学入試対策の科目なのかもわからない。学校設定科目についてシラバスのものをホームページで公表している高校もあったが、そうでないと思われる高校も多数あった。大学が入学者の学習内容をよく把握するという目的で、学校設定科目のシラバスを大学に提出するということが今後必要になるのではないと思う。

参考の意味で、学校設定科目の開設状況のデータを示す。表 4 は、文部科学省の教育課程の編成・実施状況調査の結果³で示された、公立高等学校における学校設定科目の開設状況のデータである。調査対象数は年度により異なるが、およそ 8000 校であり、「いずれかの教科で学校設定科目を開設している学科」の割合である。ただし、H22 までは「学校設定教科の開設状況」「学校設定科目の開設状況」の 2 種類のデータがあったが、H25・H27 は「学校設定教科・科目の開設状況」の 1 種類にまとめられている。

表 4 において、どの教科・科目であるかは不明だが、普通科・専門学科・総合学科のいずれの学科も学校設定科目の開設状況の割合が増加している。普通科・専門学科では一直線の増加であり、普通科では 10 年前のおよそ 2 倍の増加である。増加の主な要因は、いわゆる「発展的な学習」の促進の結果と思われるが、詳細については把握していない。

表 4. 公立高等学校における学校設定科目の開設状況

	H16	H17	H18	H19	H22	H25	H27
普通科	45.4%	50.3%	52.8%	58.3%	70.3%	80.4%	89.6%
専門学科	48.1%	52.5%	56.0%	57.1%	64.7%	65.7%	73.3%
総合学科	93.9%	96.9%	96.2%	94.8%	99.4%	100.0%	97.7%

※ H25, H27 のデータは「学校設定教科・科目の開設状況」

第3章 高等学校における教科（数学）の履修状況調査

3.1 履修状況調査

以上の経緯を経て、今回は「高等学校における教科（数学）の履修状況調査」というタイトルで、以下の要領でアンケートを実施した。

- (a) 履修状況調査用紙は、次のとおりである。紙数の都合上、その一部のみを掲載している。高校数学の科目およびその学習項目の履修の有無を問うアンケートであり、項目の名称は高校数学の教科書によって多少異なるため、その〈内容〉を付している。

<p>高等学校における教科（数学）の履修状況調査</p> <p>1) 以下は、高校または高校に相当する教育課程で、数学の科目を履修したかどうかの調査です。</p> <p>2) 選択肢（ア～）のいずれかに○をつけてください。</p> <p>3) 科目分野の名称は、高校の数学の教科書によって多少異なりますが、不明なときは〈内容〉を参照してください。</p> <p>4) 高校の旧課程を履修した学生や留学生の場合は、学習した内容に相当する項目を選択してください。</p> <p>1. 科目：数学 I</p> <p>(1) 数学 I の履修の有無</p> <p style="padding-left: 40px;">ア. 履修した イ. 履修していない ウ. 履修したかどうか覚えていない</p> <p>※ 以下は、(1)でアを選択した場合</p> <p>(2) 数学 I の各分野（①～④）の履修の有無</p> <p>① 数と式</p> <p style="padding-left: 40px;">ア. 履修した イ. 履修していない ウ. 履修したかどうか覚えていない</p> <p style="padding-left: 80px;">〈内容〉 整式（多項式）の計算、実数、1次不等式、集合、命題、論証</p> <p>② 二次関数</p> <p style="padding-left: 40px;">ア. 履修した イ. 履修していない ウ. 履修したかどうか覚えていない</p> <p style="padding-left: 80px;">〈内容〉 2次関数とグラフ、2次方程式、2次不等式</p> <p>③ 図形と計量</p> <p style="padding-left: 40px;">ア. 履修した イ. 履修していない ウ. 履修したかどうか覚えていない</p> <p style="padding-left: 80px;">〈内容〉 三角比、$\sin 30^\circ$、$\cos 45^\circ$、$\tan 45^\circ$、正弦定理、余弦定理など</p> <p>④ データの分析</p> <p style="padding-left: 40px;">ア. 履修した イ. 履修していない ウ. 覚えていない</p> <p style="padding-left: 80px;">〈内容〉 度数分布表、ヒストグラム、平均値、最頻値、中央値、分散、標準偏差、相関係数</p>
--

- (b) 調査の対象者は、本学の統計学（2016年度の後期授業）の履修者である。2クラス編成の授業であり、クラスごとに1回目の授業でアンケートを実施した。履修訂正期間の前の授業であり、総合人間学部の学生の履修登録は確定していない。看護学部は必修科目であるが、アンケート未提出の学生もいる。最終的に履修者登録者数は133名に

なったが、アンケート提出者は 121 名であった。

- (c) 比較・参考の意味で、著者が非常勤で教えている A 大学（仮称）の学科の学生にも同じアンケートを同時期（後期 1 回目の授業）に実施した。履修者は全員提出している。A 大学の授業は微分積分に関する授業であり、履修学生は全員 1 年次生で、学生の所属学科は理学部に属する学科である。この学科の一般入試では数学Ⅲの受験は必須ではなく、入試科目に数学Ⅲがないかまたは選択科目になっている。
- (d) 同一のアンケートだが、本学の学生に実施したアンケートには、「所属学科」「学年」「入学時の本学の入試」「履修学年」などの質問項目を追加した。
- (e) 学生に不安感を与えることを避けるため、出身高校などは書かせずに、無記名回答にした。そのため、データの信頼性が多少低くなった可能性はある。また、アンケートの実施目的については、授業の参考資料とだけ簡単に説明した。反省点としては、アンケート用紙の配布方法である。時間節約のために授業の開始前に机の上に用紙を置き学生にそれを取らせる方法をとったが、そのために、本学の場合は全員が回答はしていない。回答率はおよそ 90%である。

3.2 履修状況調査の結果

履修状況調査の集計結果は、表 5 と表 6 である。表の中の「履修」「未履修」「不明」は、アンケートの「ア. 履修した」「イ. 履修していない」「履修したかどうか覚えていない」に対応している。

表 5 の「履修」「未履修」「不明」のすべての数値は、単にサンプルの総数を分母にした回答数の割合である。未回答（○が付けられていない回答）もごく一部あるため、「履修」「未履修」「不明」の数値の計が 100%になっていない場合もある。

表 6 の山陽学園大学では、高校の新課程を履修した 1 年次生に限定した。すなわち、2 年次以上の学生、社会人特別選抜による入学者、留学生をすべて除いたサンプル数（93）に限定した集計である。また、表 6 の学習項目のすべての数値は、当該科目を履修したと回答した者に対する割合である。例えば、表 6 の山陽学園大学において、数学Ⅱを履修したと回答した回答数のサンプル数（93）に対する割合は 82.8%であるが、この 82.8%の回答者の中で、「① いろいろな式」を履修したと回答した者が 90.9%、履修していないと回答した者が 1.3%、履修したかどうか覚えていないと回答した者が 7.8%という意味である。

以下、集計結果から読み取れることを記す。なお、履修率という言葉を使うが、学生本人の記憶違いの可能性が大いにあるため真の履修率とは言い難い。未履修についても同様である。特に、山陽学園大学のサンプルでは、数学の科目の名前やその内容を忘れていると思われる回答も多々あった。

- (1) 数学Ⅰは必履修科目である。しかし、表 6 の山陽学園大学では履修率が 97.8%であり、100%になっていない。この要因は 2 名の回答者であり、そのうちの 1 名は、数学Ⅰ・数学 A・数学Ⅱ・数学 B の履修はすべて不明、数学Ⅲ・数学活用は未履修と回答している。これは、数学Ⅲが未履修であることは記憶しているが、数学Ⅰ～数学 B の履修を記憶していないというケースである。これは極端な事例ではあるが、似たような回答が多

数あった。記憶が曖昧なため、表5・6の山陽学園大学の不明の率がA大学に比較すると高くなっていると思われる。教員側では数学Iや数学Aを明確に区別して話をしたりするが、それらが区別できない学生がいることに注意する必要があるだろう。

表5. 高等学校における教科（数学）の履修状況調査 -- サンプル数に対する割合

対象者	A 大学 微積分の授業の履修者			山陽学園大学 統計学履修者		
	2016 年度後期授業 1 回目			2016 年度後期授業 1 回目		
実施日						
サンプル数	31 / 31			121 / 133		
データ値	サンプル数 31 に対する割合			サンプル数 121 に対する割合		
科目と学習項目	履修	未履修	不明	履修	未履修	不明
1. 数学 I	100.0%	0.0%	0.0%	96.7%	0.8%	2.5%
① 数と式	100.0%	0.0%	0.0%	92.6%	0.8%	6.6%
② 二次関数	100.0%	0.0%	0.0%	94.2%	1.7%	4.1%
③ 図形と計量	100.0%	0.0%	0.0%	90.1%	3.3%	6.6%
④ データの分析	93.5%	6.5%	0.0%	67.8%	19.0%	13.2%
2. 数学 A	100.0%	0.0%	0.0%	90.9%	5.0%	3.3%
① 場合の数と確率	100.0%	0.0%	0.0%	89.3%	5.0%	5.0%
② 図形の性質	96.8%	0.0%	3.2%	75.2%	9.9%	14.0%
③ 整数の性質	87.1%	6.5%	6.5%	71.9%	13.2%	14.0%
3. 数学 II	100.0%	0.0%	0.0%	76.0%	18.2%	5.8%
① いろいろな式	100.0%	0.0%	0.0%	68.6%	18.2%	11.6%
② 図形と方程式	100.0%	0.0%	0.0%	66.9%	19.8%	11.6%
③ 三角関数	100.0%	0.0%	0.0%	68.6%	19.8%	10.7%
④ 指数関数・対数関数	100.0%	0.0%	0.0%	60.3%	22.3%	15.7%
⑤ 微分・積分の考え	100.0%	0.0%	0.0%	64.5%	23.1%	11.6%
4. 数学 B	96.8%	3.2%	0.0%	55.4%	38.8%	5.0%
① 数列	96.8%	3.2%	0.0%	53.7%	41.3%	5.0%
② ベクトル	96.8%	3.2%	0.0%	55.4%	38.8%	5.0%
③ 確率分布と統計的な推測	22.6%	77.4%	0.0%	32.2%	49.6%	18.2%
5. 数学 III	87.1%	12.9%	0.0%	23.1%	74.4%	2.5%
① 平面上の曲線と複素数平面	87.1%	12.9%	0.0%	15.7%	77.7%	6.6%
② 極限	87.1%	12.9%	0.0%	19.0%	76.0%	5.0%
③ 微分法	83.9%	16.1%	0.0%	20.7%	76.0%	3.3%
④ 積分法	74.2%	19.4%	3.2%	21.5%	76.0%	2.5%
6. 数学活用	3.2%	93.5%	3.2%	1.7%	92.6%	5.8%
① 数学と人間の活動	3.2%	93.5%	3.2%	0.0%	92.6%	7.4%
② 社会生活に数理的な考察	3.2%	93.5%	3.2%	0.8%	92.6%	6.6%

表6. 高等学校における教科(数学)の履修状況調査 — 科目ごとの割合

対象者	A 大学			山陽学園大学		
	微積分の授業の履修者			統計学履修者 (1年次)		
実施日	2016年度後期授業1回目			2016年度後期授業1回目		
サンプル数	31 / 31			93 / 133		
データ値	科目ごとの割合			科目ごとの割合		
科目と学習項目	履修	未履修	不明	履修	未履修	不明
1. 数学 I	100.0%			97.8%		
① 数と式	100.0%	0.0%	0.0%	97.8%	0.0%	2.2%
② 二次関数	100.0%	0.0%	0.0%	97.8%	1.1%	1.1%
③ 図形と計量	100.0%	0.0%	0.0%	95.6%	1.1%	3.3%
④ データの分析	93.5%	6.5%	0.0%	79.1%	14.3%	6.6%
2. 数学 A	100.0%			94.6%		
① 場合の数と確率	100.0%	0.0%	0.0%	97.7%	1.1%	1.1%
② 図形の性質	96.8%	0.0%	3.2%	87.5%	5.7%	6.8%
③ 整数の性質	87.1%	6.5%	6.5%	83.0%	9.1%	8.0%
3. 数学 II	100.0%			82.8%		
① いろいろな式	100.0%	0.0%	0.0%	90.9%	1.3%	7.8%
② 図形と方程式	100.0%	0.0%	0.0%	89.6%	2.6%	7.8%
③ 三角関数	100.0%	0.0%	0.0%	87.0%	3.9%	9.1%
④ 指数関数・対数関数	100.0%	0.0%	0.0%	80.5%	6.5%	13.0%
⑤ 微分・積分の考え	100.0%	0.0%	0.0%	88.3%	3.9%	7.8%
4. 数学 B	96.8%			63.4%		
① 数列	100.0%	0.0%	0.0%	96.6%	3.4%	0.0%
② ベクトル	100.0%	0.0%	0.0%	100.0%	0.0%	0.0%
③ 確率分布と統計的な推測	23.3%	76.7%	0.0%	61.0%	15.3%	23.7%
5. 数学 III	87.1%			28.0%		
① 平面上の曲線と複素数平面	100.0%	0.0%	0.0%	73.1%	11.5%	15.4%
② 極限	100.0%	0.0%	0.0%	84.6%	7.7%	7.7%
③ 微分法	96.3%	3.7%	0.0%	92.3%	7.7%	0.0%
④ 積分法	85.2%	7.4%	3.7%	92.3%	7.7%	0.0%
6. 数学活用	3.2%			2.2%		
① 数学と人間の活動	100.0%	0.0%	0.0%	0.0%	50.0%	50.0%
② 社会生活に数理的な考察	100.0%	0.0%	0.0%	50.0%	50.0%	0.0%

(2) 表6において、数学 I の「データの分析」の履修率は、A 大学では 93.5%、本学の場合は 79.1%である。100%になっていないのは、「共通必修科目の減単位」の規程により、この項目を履修しなかった学生がいることが要因と思われるが、それにしても本学の場合は未履修と回答した者が 14.3%もいる。不明の 6.6%と合わせれば 20.9%にもなる。忘れたという可能性が大だが、「データの分析」では、ヒストグラム・箱ひげ図・散布図などの視覚的な情報が登場し、理解は別にしても記憶に残る分野ともいえる。い

ずれにせよ、数学Ⅰの中では学習の定着率が最も悪い項目になっている。

- (3) 表6の数学Aの履修率については、本学の場合は94.6%であり、100%になってない。以前から、総合人間学部には数学Aの未履修者はいたので、この数値は学生の記憶違いではないと思われる。この94.6%以外の残りの回答者数は5名であり、そのうちの3名は数学Aは未履修、残り2名は履修が不明と回答している。また、数学Aは①～③から適宜選択して履修させる科目であり、標準単位数は2単位であるが、問題は統計学学習の予備知識となる①の「場合の数と確率」の履修である。表5の本学のデータ（つまり全体の履修者）では、数学Aの①が未履修または不明と回答した者が10%である。「場合の数と確率」について、この10%の学生たちの知識は不明であるが、何らかの対策が必要であることを改めて痛感する。
- (4) 表5の数学Ⅱの履修率については、本学の場合は76.0%であり、「⑤ 微分・積分の考え」の履修率は64.5%である。数学Ⅲの履修率にいたっては23.1%である。従って、統計学の履修者のうちおよそ3分の1の学生は微積に関する知識は皆無であるといえてよい。授業では、正規分布の密度関数などは紹介するが、連続的確率変数の平均や分散などはほとんど説明していない。積分さらには特異積分による説明は困難であるため、それらはいっさい省略し、離散的な場合あるいは離散的な思考の説明に重点を置いている。文系学生の統計学入門ではこれでよしという考えある一方、将来、統計学の書籍を自力で読む力を養成したいという思いもあり、再考を要するところである。
- (5) 表6で数学Bの履修率を見ると、A大学では96.8%、本学の場合は63.4%であり、どちらにも悩ましい問題がある。A大学の場合、ほとんど全員が「① 数列」を履修しているが、31名中の1名のみが未履修である（表5）。大学の微積の授業は通常、数列の極限值の話からスタートするので、高校での数列が未履修であるとそのスタートが困難である。一方、本学の場合、「① 数列」の履修・未履修がおよそ半々であり、そのためどちらのグループに焦点を合わせて授業を進めるかが検討課題になってくる。例えば、和を表すシグマ $\sum x_i$ について、何の問題もなく理解できる学生と、この記号のために基本事項が理解できないと思われる学生とに分かれてくる。次に、今回の履修状況調査で一番関心をもっていた「③ 確率分布と統計的な推測」の履修率である。表6のA大学では、数学Bの履修者の中で③の項目を履修した者は23.3%である。③の分野が大学入試数学にあまり出題されないことから、この23.3%はよく理解できるが、本学の場合は61.0%でありA大学に比較すると異常に高い。A大学より低いと予想していたが、全く逆である。実数でいえば、本学の数学Bの履修者59名（1年次生）のうち、36名が③を履修したと回答している。学生の記憶違い、あるいは、③の一部だけ学習したという可能性もあるが、それだけでは説明できない。
- (6) 本学の学生には、数学Ⅲの履修は期待していない。表6での履修率は28.0%であり、これを学科別で見ると、看護学科は29.3%、生活心理学科は18.2%である。統計学の授業では、数学Ⅲの知識は前提にしていないので、これらの数値は今のところ大きな問題ではない。一方、A大学の数学Ⅲの履修率は87.1%であり、31名中4名の学生が数学Ⅲを未履修である。実情を書けば、この4名の学生に対して高校生用の適当な参考書を紹介したり、数学Ⅲの勉強の仕方を簡単にアドバイスすることもあるが、その程度のサ

ポートしかできていない。

- (7) 表 6 の数学活用については、実数でいえば、A 大学では 31 名のうち履修者は 1 名、本学では 93 名のうち履修者は 2 名となっている。
- (8) 本調査では、学校設定科目に関する質問項目はないので、これに関する情報は得られていない。数学に関する学校設定科目を履修した学生が、本調査にどのように回答したのかは不明である。
- (9) 前述したように、本学の学生に実施した履修状況調査には、各科目を高校の何年生で履修したのかを問う履修学年の質問項目があり、以下の表 7 は表 6 のサンプル数 93 に対する集計結果である。履修学年の値には重複はない。つまり、「1 年」と「1 年, 2 年」は異なる学生である。「エ. よくわからない」「エ. 覚えていない」を「不明」でまとめている。表の数値は人数である。表からわかるように、複数学年で履修しているケースがかなりあり、高校での学習過程の多様性を示している。ただし一方では、学生の記憶の不確かさも示している。数学Ⅲを 1 年生で履修することは通常では有り得ないし、数学Ⅰの履修学年が不明と回答したものが 6 名であることも奇妙である。サンプル数 93 の学生は全員 1 次年生であり、ほとんどが現役である。端的に言えば、高校卒業の時点で、高校数学から完全に離れてしまった学生が相当数いることを示しているともいえる。

表 7. 高等学校における教科 (数学) の履修状況調査 -- 履修学年

履修学年	数学Ⅰ	数学 A	数学Ⅱ	数学 B	数学Ⅲ	数学活用
1 年	62	50	3		2	1
1 年, 2 年	7	3	3	3		
1 年, 3 年	5	5	1	1		
1 年, 2 年, 3 年	9	8	3	3	1	
2 年	1	8	39	38	3	
2 年, 3 年	1	3	14	7	3	
3 年		3	7	3	16	1
不明	6	8	7	4	1	
計	91	88	77	59	26	2

第 4 章 問題点と改善方法

4. 1 問題点

以上の履修状況調査を踏まえて、本学統計学の授業に関する問題点をあげると、以下のようになる。

- (a) 高校数学の履修状況についてかなり差異がある。数学Ⅲまで履修している学生がいる一方、数学Ⅰしか履修していない学生がいる。(一般に、他大学も含めて文系学生の方が理系の学生よりも高校数学の履修にばらつきがあるのではないかと思われる。)
- (b) 高校数学の内容の定着率が悪い。多くの学生が高校数学で学習した内容を忘れてるので、それが統計学の授業に生かされていない。

- (c) 極端に数的能力の低い学生が履修していると同時に、数的能力の高い学生も履修している。この両者の学生に授業が対応できていない。
- (d) 看護学部学生には、統計学を学習する時間が足りない。
- (e) 多くの学生は、数式の扱いに不慣れである。また、確率変数が苦手である。
- (f) 統計学への学生のモチベーションが低い。
- (g) 学生に配布している練習問題と詳しい解答のプリントが生かされていない。
- (h) 数学の勉強の仕方がわかっていないと思われる学生が多い。

少し補足をする。(d)については、看護学部1年次生は学部の性格上、年間の履修登録単位数が多く、統計学の学習に多くの時間をかけることができないという意味である。「時間があればもっと統計学の練習問題をやることができるが時間がない」と言った学生もいた。

(e)については、本学文系学生の大きな特徴である。具体的数値の加減乗除や分数計算を苦手とする学生がいるが、これはこの授業ではさほど問題ではない。計算は電卓でやるように指導している。問題は、文字式の解釈に慣れていないと思われる学生が非常に多いことである。例えば、分散や標準偏差の式、あるいは、確率変数 X の平均・分散に関する次のような公式がなかなか頭に定着しない。これは数学の学習の経験が浅いことが原因と思われる。

$$E(aX + b) = aE(X) + b, \quad V(aX + b) = a^2V(X)$$

(f)については、総合人間学部の履修者には、心理関係で統計学の必要性を認識しており、多少のモチベーションがあるが、看護学部の多くの学生にはそれがない。

(g)は、かなり以前からの傾向であり、練習問題と解答のプリントを配布して復習するように指導しても、それができない学生が多い。自力で復習できない学生が年々増えているようである。ただし、これはA大学の学生も同様である。

4.2 改善方法

数的能力から判断すると、統計学履修者は「極端に悪い」「悪い」「普通」「良い」の4グループに分けられる。よって、4グループに分けて授業を実施すると、諸問題はかなり解決できこの授業は改善されるだろう。(2グループの分割では改善されない。)

「極端に悪い」グループに対しては、個別のきめ細かな教育の必要性を痛感している。このグループの学生は、計算力というよりも、数学から完全に離れていると思われる学生たちであり、基本的な演算や数学の基本的な記号を忘れてしている。一方、「良い」のグループの学生たちは、さらに高度な統計学を修得できると思われる者たちである。

しかし、4グループに分けて授業を実施するのはやはり困難である。そこで、現在「極端に悪い」グループに対する補習も考えているが、以下のような改善策を考えている。

本学文系学生には、統計学の授業に慣れるのが非常に遅いという面がある。最初の分散・標準偏差で一部の学生が行き詰まり、相関係数のあたりで多くの学生は行き詰まるが、それでも繰り返しの説明で徐々に慣れていくようである。しかし、慣れるまでかなりの時間を要する。本来ならば、毎回、学生が練習問題をやり解答のプリントを熟読すれば、各種の記号や公式に慣れていくはずなのだが、自学学習ができていない。これは毎回の小テ

ストの成績でわかる。

授業では、基本的な練習問題の解説はするが、プリントの練習問題も解くような演習の時間がないので詳しい解答のプリントを配布している。しかし、このような方法はそろそろ限界に達しているのではないかと思われる（これは A 大学でも同様）。そこで、授業内容を工夫して、授業中の演習時間を増やすことを考えてみる。

授業の内容を振り返ると、確率変数の解説時間を短縮することが考えられる。確率変数は「確率を伴う変数」であるが、学生はこれがなかなか理解できず、解説にも時間を要する。そこで、確率は後回しにして、標本点・標本空間を解説し、試行の結果（標本点）に対して値が定まる変数 X を確率変数と定義して、そのあとに数学的確率 $P(X = a)$ を考えるのも 1 つの方法である。そして、確率 $P(X = a)$ の値は $X = a$ となる標本点の個数の全標本点の個数に対する割合、あるいは、 X のすべての実現値における実現値 a の相対度数と解釈する。もちろん、これは当然の解釈なのだが、標本点はデータ、標本空間はデータの集まり、確率変数はその標本空間における単なる変量、確率は上記のような割合であると最初から見なすということである。そうすれば、授業の前半で説明したデータの場合の内容が一気にこの確率変数に適用できることになる。

一例をいえば、授業の前半で、次のデータの 1 次変換を説明している。 \bar{x} は平均、 σ_x^2 は分散、 σ_x は標準偏差である。

n 個のデータ x_1, x_2, \dots, x_n に対して、 a, b を定数として

$$y_i = ax_i + b \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

とおくと、 y_1, y_2, \dots, y_n について、次が成り立つ。

$$(1) \quad \bar{y} = a\bar{x} + b \quad (2) \quad \sigma_y^2 = a^2 \sigma_x^2 \quad (3) \quad \sigma_y = |a| \sigma_x$$

これから、特別な 1 次変換であるデータの標準化の公式も容易に得られる。すなわち、

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x} \quad (x_i \text{ の標準測度})$$

とおけば、平均は $\bar{z} = 0$ 、標準偏差は $\sigma_z = 1$ となる。

一方、確率変数 X の平均 $E(X)$ 、分散 $V(X)$ 、標準偏差 $\sigma(X)$ などは、確率分布による定義は説明するにしても、 X のすべての実現値の平均・分散・標準偏差であると解釈していく。そうすれば、 X のすべての実現値を x_i とすると、 $E(X) = \bar{x}$ 、 $V(X) = \sigma_x^2$ 、 $\sigma(X) = \sigma_x$ である。ここで、 $y_i = ax_i + b$ とおけば、 $Y = aX + b$ の実現値は y_i であるから、上記のデータの 1 次変換により、次の確率変数の公式も容易に得られる。

$$E(aX + b) = E(Y) = \bar{y} = a\bar{x} + b = aE(x) + b$$

$$V(aX + b) = V(Y) = \sigma_y^2 = a^2 \sigma_x^2 = a^2 V(X)$$

$$\sigma(aX + b) = \sigma(Y) = |a| \sigma_x = |a| \sigma(X)$$

同様に、確率変数 X の標準化もすでにデータの場合で説明していることになり、確率変数の解説時間を短縮できる。もちろん、これらは離散的な場合の話であるが、推測統計の入り口の段階ではこのような解釈でも特に問題はない。また、確率分布表を使わずに、上

記のような説明をすると、学生の反応も良い。

なお、確率変数については、高校数学 B の教科書では、「試行の結果によってその値が決まり、各値に対応して確率が定まるような変数を確率変数という」と定義している教科書¹⁰と、「試行の結果によって値が定まる変数を確率変数という」と定義している教科書¹⁵がある。離散的かつ標本空間が有限集合の場合だけを考えていくのであれば、後者の定義の方が理解しやすい。

おわりに

今回、高校の教科書については、参考資料にはあげなかったが他の出版社の教科書や、いわゆる大判の教科書も参照した。教科書に書かれている基本事項はどれも同じであるはずなのだが、かなり印象が異なる。端的に言えば、難易度に格差があるように感じられた。教科書もまた多様である。いずれにせよ、多様な文系学生に対しては、きめ細かな教育や適切な教育が不可欠であり、そのためには学生の高校時代の学習内容をよく把握することが必要である。その意味でも、この種の履修状況調査は継続する必要があると思う。なお、高校数学の履修状況に関連する文献はいくつかあるが、特に西森敏之、吉田知行(1999)¹⁶の文献を参考にした。

【参考文献及び参考資料】

- 1 高等学校新学習指導要領の展開 数学科編，2010年6月初版刊，吉田明史編著，明治図書
- 2 国立教育政策研究所，学習指導要領データベース (<http://www.nier.go.jp/guideline/index.htm>)
- 3 文部科学省，教育課程の編成・実施状況調査 (http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/1263169.htm)
- 4 文部科学省：高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編，平成21年12月，実教出版
- 5 文部科学省：高等学校学習指導要領，平成21年3月告示，東山書房
- 6 文部科学省検定済高校教科書：新編 数学Ⅰ，平成28年1月，数研出版
- 7 文部科学省検定済高校教科書：新編 数学Ⅱ，平成28年1月，数研出版
- 8 文部科学省検定済高校教科書：新編 数学Ⅲ，平成28年1月，数研出版
- 9 文部科学省検定済高校教科書：新編 数学A，平成28年1月，数研出版
- 10 文部科学省検定済高校教科書：新編 数学B，平成28年1月，数研出版
- 11 文部科学省検定済高校教科書：新編数学Ⅰ，平成28年2月，東京書籍
- 12 文部科学省検定済高校教科書：新編数学Ⅱ，平成28年2月，東京書籍
- 13 文部科学省検定済高校教科書：新編数学Ⅲ，平成28年2月，東京書籍
- 14 文部科学省検定済高校教科書：新編数学A，平成28年2月，東京書籍
- 15 文部科学省検定済高校教科書：新編数学B，平成28年2月，東京書籍
- 16 西森敏之，吉田知行 (1999)，「北大生は高校で数学のどの科目を学んできたか？—高校数学履修内容調査の結果報告—」『高等教育ジャーナル—高等教育と生涯学習—』5, 20-36.