9.　推論

1.　推論とは

推論とは，いくつかの命題を根拠にして，1 つの命題を導き出すことである。導き出すことを「導出する」という。また，根拠となる各命題を「前提」，導出される命題を「結論」という。推論自体は，真偽を問うことができる 1 つの命題である。では，推論が正しいとは，どういうことだろうか。

次の推論を考えてみよう。前提は 1 つである。

推論 P	前提：太郎は学生かまたは未成年である。 ゆえに 結論：太郎は学生である。

太郎という人物が，実際に学生であった場合，前提も結論も真になる。しかし，推論 P が正しいとは，とても認められないだろう。推論の正しさとは，前提から結論を導出する過程の正しさのことであり，前提や結論の実際の真偽とは無関係である。仮に推論 P が正しいとすれば，「太郎」を「花子」に変え，「学生かまたは未成年」を「アメリカ人かまたは日本人」に変えても，同様の結論（「花子はアメリカ人である」）が導出されなければならないが，そのような結論になるとは限らない。

推論の正しさとは，命題記号を用いて表現した場合の条件文の正しさである。つまり，推論 P が正しいかどうかは，「太郎は学生である」を A，「太郎は未成年である」を B で表したとき，$A \vee B$ が真であれば，A も必ず真になるか，言い換えれば，条件文

$$A \vee B \;\rightarrow\; A$$

が恒真になるかどうかということである。明らかにこの条件文は恒真にはならないので，推論 P は正しくはない。

一般に，$A_1, A_2, \cdots, A_n$ を n 個の前提，C を結論とすれば，推論は次の形で表現できる。

（推論）　A_1，A_2，…，A_n　ゆえに C

これは，「$A_1, A_2, \cdots, A_n$ がすべて成立すれば，必ず C も成立する」ことを主張する。

また，推論は，次の条件文の形で表現できる。

(a)　$(A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_n) \rightarrow C$

これを簡単に次のようにも書く。

(b)　$A_1,\ A_2,\ \cdots,\ A_n \;\rightarrow C$

(a)や(b)を，「推論式」と呼ぶ。なお，$A_1, A_2, \cdots, A_n$ の全体を 1 つの前提と見なし，前提が複数の命題から構成されていると考えることもある。

「すべての前提が真ならば，必ず結論も真である」とき，推論は「妥当である」「正しい」という。そうでないとき，すなわち，「すべての前提が真であっても，結論が必ずしも真にはならない」

とき，推論は「妥当でない」「正しくない」「誤りである」という。

一般に，条件文 $P \to Q$ が恒真になるための必要十分条件は，「P が真ならば Q も必ず真になる」ことである。従って，次の 3 つは同じことを意味する。

- 推論「A_1，A_2，$\cdots$，A_n ゆえに C」は妥当である。
- A_1，A_2，$\cdots$，A_n の真理値がすべて 1 ならば，必ず C の真理値も 1 である。
- 推論式 $(A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_n) \to C$ は恒真である。

2.　推論の妥当性の判定（真理値分析）

推論が妥当であることを示すには，まず命題記号で表す。そして，すべての前提を 1 と仮定して，結論が 1 になることを示せばよい。あるいは，推論式が恒真になることを示してもよい。

（例１） 次の推論が妥当であることを示せ。（「∴」は「ゆえに」の意味）

$$A \to B,\ A \quad \therefore\ B$$

$A \to B$ と A がともに 1 であれば，$A \to B$ が 1 より，B は 1 になる。従って，推論は妥当である。

（例２） 次の推論が妥当かどうかを調べよ。

（推論）　彼が犯人ならば，彼にはアリバイはない。
　　　　　彼は犯人ではない。
　　　∴　彼にはアリバイがある。

次のように命題を定める。

A：彼は犯人である。
B：彼にはアリバイがある。

このとき，推論は次のようになる。

$$A \to \sim B,\ \sim A \quad \therefore \quad B$$

$A \to \sim B$ と $\sim A$ をともに 1 とすると，A は 0 より，B の真偽にかかわらず，$A \to \sim B$ は常に 1 となる。従って，B が 1 になるとは限らないので，推論は妥当ではない。

あるいは，推論式

$$((A \to \sim B) \wedge \sim A) \to B$$

の恒真性を調べてもよい。

$A = 1$ のとき，推論式 $= ((1 \to \sim B) \wedge 0) \to B = 0 \to B = 1$
$A = 0$ のとき，推論式 $= ((0 \to \sim B) \wedge 1) \to B = (1 \wedge 1) \to B = 1 \to B = B$

よって，$A = 0$，$B = 0$ のとき，推論式は 0 になるので，推論は妥当ではない。

真理木でも考えてみよう。推論が恒真かどうかを調べればよいので，推論式の値を 0 と仮定して真理木を書く。矛盾が起これば恒真である。矛盾が起こらなければ，推論式の値が 0 になる場合があるので，恒真ではない。

((A → ～B)∧～A) → B 0

|

(A → ～B)∧～A 1

B 0

|

A → ～B 1

～A 1

|

A 0

A 0　　　～B 1

　　　　　|

　　　　　B 0

図の真理木では，矛盾は起こらない。真理木では「下から上に必ず進むことができる」ので，$A = 0$, $B = 0$ のときは推論式が 0 になる。従って，推論は妥当ではない。

4.　妥当性の判定方法（自然演繹法）

自然演繹法とは，妥当な基本的推論を使い，推論の妥当性を判定する方法である。例えば，次の 3 つの推論は，いずれも妥当であることはすぐに分かるだろう

○（推論）$A \vee B$，$\sim A$　$\therefore$　B
　（意味）A または B であり，A でないならば，B を導出してよい。

○（推論）$A \rightarrow B$，$\sim B$　$\therefore$　$\sim A$
　（意味）A ならば B であり，B でないならば，A でないを導出してよい。

○（推論）$A \rightarrow B$，$B \rightarrow C$　$\therefore$　$A \rightarrow C$
　（意味）A ならば B であり，B ならば C であるならば，A ならば C を導出してよい。

自然演繹法では，このような基本的推論を使って結論を次々に導出し，与えられた推論の結論を導出していく。

（例１）次の推論が正しいことを示せ。

花子の記憶が誤っていないなら，太郎は会議に出席していた。
太郎が会議に出席していたのなら，太郎は犯人ではない。
太郎が犯人であるか，または，次郎がウソをついている。
次郎は決してウソをつかない。
∴　花子の記憶が誤っている。

（解説）次のように命題を定める。

A ：花子の記憶が誤っている。

B ：太郎は会議に出席していた。

C ：太郎は犯人である。

D ：次郎がウソをついている。

このとき，推論は次の形で表現できる。

$$\sim A \to B,\ B \to \sim C,\ C \vee D,\ \sim D \quad \therefore \quad A$$

すべての前提が真のとき，結論 A が真になることを示せばよい。そこで，以下に，真の論理式を順に書いていく。（つまり，真理値が 1 の論理式のみを書いていく。）

(1)	$\sim A \to B$	前提
(2)	$B \to \sim C$	前提
(3)	$C \vee D$	前提
(4)	$\sim D$	前提
(5)	C	(3)と(4)から
(6)	$\sim B$	(5)と(2)から（対偶）
(7)	A	(6)と(1)から（対偶）

従って， A が真になることが導出されたので，推論は妥当である。

推論の結論が条件文「○ → △」の形の場合は，次の定理を使用するとよい。

● 定理

次の 2 つの推論式は同値である。

(1) （推論） A_1， A_2，…， A_n　ゆえに　$B \to C$

（推論式） A_1， A_2，…， $A_n \to (B \to C)$

(2) （推論） A_1， A_2，…， A_n， B　ゆえに C

（推論式） A_1， A_2，…， A_n， $B \to C$

（証明）一般に，命題 P と Q が同値であることを示すためには， $P \to Q$ と $Q \to P$ がともに真であることを示せばよい。さらに， $P \to Q$ が真であることを示すには，「P が真なら Q も真」を示せばよい。

(1) ⇒ (2)：(1)の推論式が真であると仮定する。このとき， A_1， A_2，…， A_n， B がすべて真であれば，(1)より $B \to C$ も真になるので， C も真である。よって，(2)の推論式は真である。

(2) ⇒ (1)：(2)の推論式が真であると仮定する。いま， A_1， A_2，…， A_n がすべて真であるとする。このとき， B が真であれば(2)より C も真になるので， $B \to C$ は真である。よって，(1)の推論式は真である。

（例２）次の推論が正しいことを示せ（例文は省略）。

$$A \to (B \vee C),\ B \to \sim A,\ D \to \sim C, \quad \therefore \quad A \to \sim D$$

（解説）上記の定理より，次の推論が正しいことを示せばよい。

$$A \to (B \vee C),\ B \to \sim A,\ D \to \sim C,\ A \quad \therefore \quad \sim D$$

(1)	$A \to (B \vee C)$	前提
(2)	$B \to \sim A$	前提
(3)	$D \to \sim C$	前提
(4)	A	仮定
(5)	$B \vee C$	(4)と(1)から
(6)	$\sim B$	(4)と(2)から
(7)	C	(6)と(5)から
(8)	$\sim D$	(7)と(3)から

従って，$\sim D$ が真であるので，与えられた推論は正しい。

次の例では，背理法で証明している。つまり，すべての前提が真であるとき，結論を偽と仮定して矛盾を導く方法である。,

（例３）次の推論が正しいことを示せ（例文は省略）。

$$A \to B,\ C \vee \sim B,\ \sim(A \wedge C) \quad \therefore \quad \sim A$$

（解説）背理法で示す。結論 $\sim A$ を偽と仮定するとは，A を真と仮定することと同じである。

(1)	$A \to B$	前提
(2)	$C \vee \sim B$	前提
(3)	$\sim(A \wedge C)$	前提
(4)	A	仮定
(5)	B	(4)と(1)から
(6)	C	(5)と(2)から
(7)	$A \wedge C$	(6)と(5)から
(8)	矛盾	(7)と(3)から

6.　基本的なタブロー

自然演繹法では，推論が妥当でないことを示すのは難しい。その場合，真理木など使えばよいが，以下では分析タブローの方法を紹介する。タブローは，真理木を簡略化したものである。

真のみの論理式を描いた真理木を，タブロー（tableau）と呼ぶ。タブローの考え方は真理木と同様だが，タブローで書く論理式は，すべて真のものである。従って，真理値 1 は省略する。

● 否定　～(～A)　のタブロー

～（～ A）

A

● 連言　$A \wedge B$　のタブロー

A ∧ B

A
B

～（ A ∧ B ）

～ A　　　　～ B

● 選言　$A \vee B$　のタブロー

A ∨ B

A　　　　B

～（ A ∨ B ）

～ A
～ B

● 条件文　$A \to B$　のタブロー

A → B

～ A　　　　B

～（ A → B ）

A
～ B

● 双条件文　$A \leftrightarrow B$　のタブロー

A ↔ B

A　　　　～ A
B　　　　～ B

～（A ↔ B ）

A　　　　～ A
～ B　　　　B

7.　分析タブロー

タブローを使った真理値分析を，「分析タブロー」（analytic tableau）と呼ぶ。前述したように，分析タブローでは真理値が 1 のみの論理式を書く。

（例１） 次の命題が恒真であることを分析タブローで示せ。（恒真の判定）

$$(A \wedge B) \to A$$

（解説）与えられた論理式を P とする。 P が常に 1 になることを証明した

～（（A ∧ B）→ A）

A ∧ B
～A

A　×
B

い。そこで，背理法でやるために，P を 0 と仮定する。しかし，タブローでは真理値が 1 のみの論理式しか書けないので，$\sim P$ を 1 と仮定することになる。

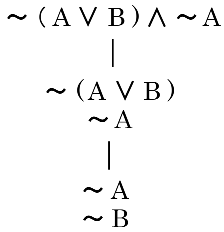
図のように矛盾が生じたので，$\sim P$ は 1 にはならない。つまり，P は 0 にはならない。従って，P は恒真である。

（例２）次の命題が恒偽ではないことを示せ。（恒偽の判定）

$$\sim(A \vee B) \wedge \sim A$$

（解説）与えられた論理式を P とする。恒偽でないことを示すには，P が 1 になる場合があることを示せばよい。そこで，P を 1 と仮定して，分析タブローを行う。

図では矛盾は起こらないので，P が 1 になる場合がある。よって，P は恒偽ではない。（図において，$\sim A$ と $\sim B$ がともに 1 ならば，P は 1 になる。）

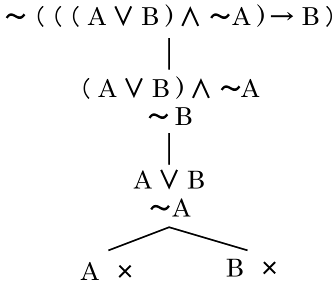


（例３）次の命題が恒真であることを示せ。（恒真の判定）

$$((A \vee B) \wedge \sim A) \to B$$

（解説）与えられた論理式を P とする。P が 0（すなわち $\sim P$ が 1）と仮定して矛盾を導く。

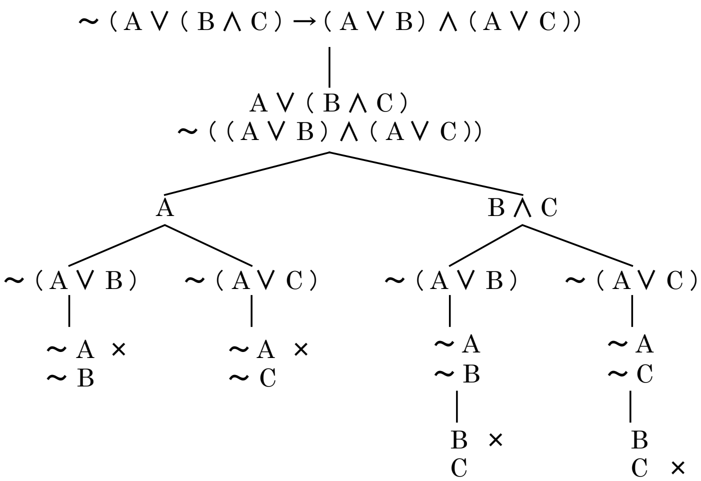
図では矛盾が発生するので，P は恒真である。



（例４）次の命題の恒真性を分析タブローで判定せよ。（恒真の判定）

$$A \vee (B \wedge C) \to (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

（解説）論理式が 0 と仮定する。図では矛盾が発生するので，恒真である。



（例５）次の推論の妥当性を判定せよ。

　　花子か太郎が参加すれば，この企画は成功する。
　　海外に出張中であれば，花子はこの企画に参加できない。
　　太郎も忙しければ，この企画に参加できない。
　　花子は海外に出張中であるが，太郎は忙しくない。
∴　この企画は成功する。

（解説）次のように命題を定める。

A ：花子はこの企画に参加する。
B ：太郎はこの企画に参加する。
C ：この企画は成功する。
D ：花子は海外に出張中である。
E ：太郎は忙しい。

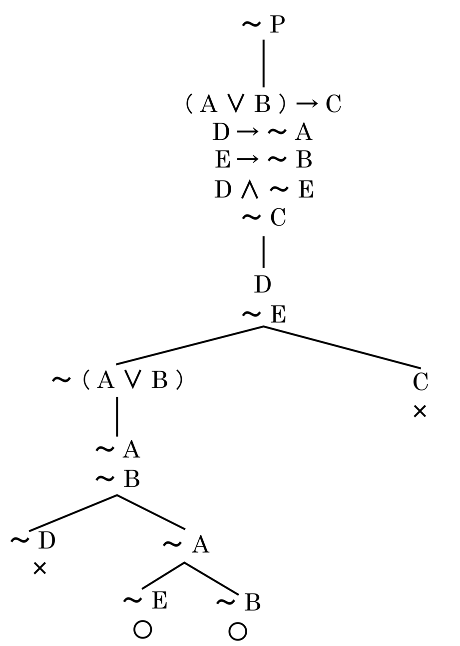
推論は，次のように表現できる。

$$(A \vee B) \to C,\ D \to \sim A,\ E \to \sim B,\ D \wedge \sim E \quad \text{ゆえに} \quad C$$

次の推論式を P と置き，P の値が 0（$\sim P$ の値が 1）と仮定して，分析タブローを行う。

$$(A \vee B) \to C,\ D \to \sim A,\ E \to \sim B,\ D \wedge \sim E \quad \to \quad C$$

分析タブローでは，途中で矛盾が発生した場合，その箇所に（×）を付けて枝を延ばす必要はない。矛盾が発生せず，最後まで枝が延びた場合には，その枝先に（○）を付けておこう。



〇が登場したので，～P が 1（P が 0）になる場合がある。よって，推論式は恒真ではないので，推論は妥当ではない。

10.　基本的な恒真命題

1.　重要な恒真命題

P と Q を論理式とするとき，次の(a)～(c)は同じことを意味する。

(a)　$P = Q$ （P と Q は論理式として等しい，すなわち，P と Q の真理値は常に等しい）

(b)　$P \leftrightarrow Q$ は恒真命題である。

(c)　$P \to Q$，$Q \to P$ のどちらも恒真命題である。

従って，p.30 の論理演算に関する法則から，恒真命題が得られる。例えば，べき等法則 $A \wedge A = A$ から，

$$(A \wedge A) \leftrightarrow A,\ (A \wedge A) \to A,\ A \to (A \wedge A)$$

は，すべて恒真命題である。
従って，例えば，恒真命題 $A \to (A \wedge A)$ から，次の推論は妥当である。

（推論）　$A \quad \therefore \quad A \wedge A$

以下に，p.30 の法則を含めて，重要な等式・恒真命題をまとめておく。「べき等法則」などは「べき等律」と呼ぶことにする。なお，特に名称が付けられていないものもある。
三段論法とは，2 つの前提と 1 つの結論からなる推論のことである。いろいろな種類の三段論法があるが，条件三段論法（前件肯定式，後件否定式）が有名である。

● 重要な等式

(1)　$A \wedge A = A$，$A \vee A = A$　（べき等律）

(2)　$A \wedge B = B \wedge A$，$A \vee B = B \vee A$　（交換律）

(3)　$A \wedge (A \vee B) = A$，$A \vee (A \wedge B) = A$　（吸収律）

(4)　$A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C$，$A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$　（結合律）

(5)　$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$，$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$　（分配律）

(6)　$\sim(\sim A) = A$　（二重否定律）

(7)　$\sim(A \wedge B) = \sim A \vee \sim B$，$\sim(A \vee B) = \sim A \wedge \sim B$　（ド・モルガンの法則）

(8)　$A \to B = \sim(A \wedge \sim B) = \sim A \vee B$　（条件文の定義）

(9)　$A \leftrightarrow B = (A \to B) \wedge (B \to A)$　（双条件文の定義）

(10)　$A \leftrightarrow B = B \leftrightarrow A$

(11)　$A \to B = \sim B \to \sim A$　（対偶律）

●　重要な恒真命題

(1)　A が真のとき B も必ず真ならば，$A \to B$ は恒真命題である。

(2)　$A \to A$　（同一律）

(3)　$A \vee \sim A$　（排中律）

(4)　$\sim(A \wedge \sim A)$　（矛盾律）

(5)　①　$(A \wedge B) \to A$　②　$(A \wedge B) \to B$　（縮小律）

(6)　①　$A \to (A \vee B)$　②　$B \to (A \vee B)$　（拡大律）

(7)　$((A \to B) \wedge A) \to B$　（条件三段論法，前件肯定式）

(8)　$((A \to B) \wedge \sim B) \to \sim A$　（条件三段論法，後件否定式）

(9)　①　$((A \vee B) \wedge \sim A) \to B$　②　$((A \vee B) \wedge \sim B) \to A$　（選言三段論法）

(10)　$((A \to B) \wedge (B \to C)) \to (A \to C)$　（推移律，仮言三段論法）

(11)　$(A \to (B \to C)) \to ((A \wedge B) \to C)$　（移入律）

(12)　$(A \wedge (B \to C)) \to ((A \to B) \to C)$　（移出律）

(13)　$((A \vee B) \wedge (A \to C) \wedge (B \to C)) \to C$　（選言の除去則）

(14)　$(A \to B) \to ((A \wedge C) \to (B \wedge C))$

(15)　$((A \to B) \wedge (\sim A \to \sim B)) \to (A \leftrightarrow B)$

(16)　$((A \to P) \wedge (B \to P) \wedge (A \vee B)) \to P$　（単純構成的ジレンマ，(13)と同じ）

(17)　$((A \to P) \wedge (B \to Q) \wedge (A \vee B)) \to (P \vee Q)$　（複合構成的ジレンマ）

(18)　$((A \to P) \wedge (A \to Q) \wedge (\sim P \vee \sim Q)) \to \sim A$　（単純破壊的ジレンマ）

(19)　$((A \to P) \wedge (B \to Q) \wedge (\sim P \vee \sim Q)) \to \sim A \vee \sim B$　（複合破壊的ジレンマ）

2.　妥当な推論

推論

$$A_1,\ A_2,\ \cdots,\ A_n \quad \text{ゆえに } C$$

が妥当であるとき，A_1，A_2，…，A_n から C を導出するといった。以下はみな，妥当な推論である。

1.（二重否定律）

（推論）　$\sim(\sim A) \quad \therefore \quad A$

（意味）（A ではない）ではない，ならば，A を導出できる。

（例）　$x \neq 1$ ではない。

　∴ $x = 1$ である。

（例）　太郎は大学生でないことはない。

　∴ 太郎は大学生である。

2.（連言の導入則）

（推論）　$A,\ B \quad \therefore \quad A \wedge B$

（意味）　A と B の両方が成立しているとき，（A かつ B）を導出できる。

（例）　花子は，カレーを食べる。

　花子は，コーヒーか紅茶を飲む。

　∴ 花子はカレーを食べて，コーヒーか紅茶を飲む。

推論：$A,\ B \vee C \quad \therefore \quad A \wedge (B \vee C)$

3.（排中律）

（推論）　$A \vee \sim A$

（意味）　いかなる命題も真か偽のいずれかである。

（例）　月にはウサギがいるかいないかのどちらかである。

（注意）推論の形ではないが，前提がなくてもこの主張は常に正しい。

4.（縮小律）

（推論）　$A,\ B \quad \therefore \quad A$

（意味）　A かつ B ならば，A を導出してよい。

（例）　花子は英語とドイツ語ができる。

　∴ 花子は英語ができる。

5.（拡大律）

（推論）　$A \quad \therefore \quad A \vee B$

（意味）　A ならば，（A または B）を導出してよい。

（例）　花子は英語ができる。

$\therefore$ 花子は英語かドイツ語ができる。

6.（条件三段論法，前件肯定式）

（推論）　$A \to B$，$A \quad \therefore \quad B$

（意味）　A ならば B であり，A であるならば，B を導出してよい。

（例）　花子が出席すれば，太郎も出席する。

花子は出席する。

$\therefore$ 太郎は出席する。

7.（条件三段論法，後件否定式）

（推論）　$A \to B$，$\sim B \quad \therefore \quad \sim A$

（意味）　A ならば B であり，B でないならば，（A でない）を導出してよい。

（例）　花子が出席すれば，太郎も出席する。

太郎は出席しない。

$\therefore$ 花子は出席しない。

8.（選言三段論法）

（推論）　$A \vee B$，$\sim A \quad \therefore \quad B$

（意味）　（A または B）であり，A でないならば，B を導出してよい。

（例）　太郎か次郎が犯人である。

太郎は犯人ではない。

$\therefore$ 次郎が犯人である。

9.（推移律）

（推論）　$A \to B$，$B \to C \quad \therefore \quad A \to C$

（意味）　A ならば B であり，B ならば C であるならば，A ならば C を導出してよい。

（例）　明日雨ならば，花見は中止である。

花見が中止ならば，家で勉強する。

$\therefore$ 明日雨ならば，家で勉強する。

10.（交換律）

（推論）　A，B　∴　$B \wedge A$

（意味）　A かつ B ならば，B かつ A を導出してよい。

（例）　雨が降っていて，風も吹いている。

∴ 風が吹いていて，雨も降っている。

11.（結合律）

（推論）　A，$B \wedge C$　∴　$(A \wedge B) \wedge C$

（意味）　A かつ（B かつ C）ならば，（A かつ B）かつ C を導出してよい。

（例）　太郎は学生だが，スポーツ選手でまじめである。

∴ 太郎は学生でスポーツ選手だが，まじめである。

12.（選言の除去則）

（推論）　$A \vee B$，$A \rightarrow C$，$B \rightarrow C$　∴　C

（意味）　A または B であり，A ならば C であり，B ならば C であるならば，C を導出してよい。

（例）　花子はバスかタクシーに乗る。

花子はバスに乗れば，市役所へ行ける。

花子はタクシーに乗れば，市役所へ行ける。

∴　花子は市役所へ行ける。

13.（分配律）

（推論）　$A \wedge (B \vee C)$　∴　$(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

（意味）　A かつ（B または C）ならば，（A かつ B）または（A かつ C）を導出してよい。

（例）　太郎はカレーを食べて，コーヒーか紅茶を飲む。

∴　太郎は，カレーを食べてコーヒーを飲むか，カレーを食べて紅茶を飲む。

14.（分配律）

（推論）　$A \vee (B \wedge C)$　∴　$(A \vee B) \wedge (A \vee C)$

（意味）　A または（B かつ C）ならば，（A または B）かつ（A または C）を導出してよい。

（例）　$x > 0$　または　（$y = 1$　かつ　$z = 2$）

∴（$x > 0$　または　$y = 1$）　かつ　（$x > 0$　または　$z = 2$）

15.

（推論）　$A \rightarrow B$　∴　$(A \wedge C) \rightarrow (B \wedge C)$

（意味）　（A ならば B ）であるならば，（ A かつ C ならば B かつ C である）を導出してよい。

（例）　太郎がアメリカにいたとすれば，英語ができる。

　∴　太郎がアメリカにいてドイツ語ができたとすれば，英語とドイツ語ができる。

16.

（推論）　$A \to B$，$\sim A \to \sim B$　∴　$A \leftrightarrow B$

（意味）　（ A ならば B ）であり，（ A でないならば B でない）とき，（ A のとき，そしてそのときだけ B である）と導出してよい。

（例）　太郎は勉強すれば，頭が痛くなる。

　∴　太郎は勉強しなければ，頭が痛くならない。

　∴　太郎は勉強するとき，そしてそのときだけ頭が痛くなる。

3.　ジレンマ（両刀論法）とは

心理学に「ジレンマ」という用語があるが，これは「どちらを選んでも好ましくない結果になる場合の心理的葛藤（かっとう）」を意味する。一般的な意味は，間（あいだ）にはさまって動きがとれない「板ばさみ」である。

会社の部長が「部下にリストラを通告せよ」と社長から命じられた場合，部長は次のようなジレンマに陥る。

リストラを通告すれば，部下から恨まれる。
リストラを通告しなければ，社長から怒られる。
どちらにしても，部長は部下から恨まれるか社長から怒られる。

このような「どちらを選んでも困ったことになる」という「板ばさみの心」がジレンマである。

この「ジレンマ」は論理学から出た言葉であり，正確には「ディレンマ（Dilemma)」と発音する。論理学でのジレンマは，「両刀論法（りょうとうろんぽう）」ともいう。

4.　ジレンマ（両刀論法）の種類

論理学でのジレンマとは，単に次の妥当な推論のことである。

①　ジレンマ：$A \to P$，$B \to Q$，$A \vee B$　∴　$P \vee Q$

②　ジレンマ：$A \to P$，$B \to Q$，$\sim P \vee \sim Q$　∴　$\sim A \vee \sim B$

これらの推論は，日常生活では「好ましくない状況」に結びつく場合が多い。（もちろん，好ましい状況に結びつく場合もある。）

①において，$B = \sim A$ とおくと，次の推論になるが，$A \vee B = A \vee \sim A$ は恒真命題なるため，この前提は実際には不要である。

妥当な推論： $A \to P$，$\sim A \to Q$，$A \vee \sim A$　$\therefore$　$P \vee Q$

AならばPである。
AでなければQである。
（AであるかAでないかのどちらかである。）
$\therefore$　PまたはQである。

ジレンマは，以下の 4 種類に分類される。それらの名前を覚える必要はないが，推論がみな妥当であることに注意しよう。

●（1）単純構成的ジレンマ（1 つの好ましくない結果に結びつくジレンマ）

推論 ①：$A \to P$，$B \to P$，$A \vee B$　$\therefore$　P
推論 ②：$A \to P$，$\sim A \to P$，$A \vee \sim A$　$\therefore$　P

①を「単純構成的ジレンマ」と呼ぶが，これは「選言の除去則」と同じ推論式である。①においてBを$\sim A$にすれば，②が得られる。また，②における前提「$A \vee \sim A$」は常に 1 なので，実際には不要である。

また，推論①は，次の推論と同値である。以下の形の方が，多少日本語らしくなる。

推論 ：$A \to P$，$B \to P$　$\therefore$　$A \vee B \to P$

（例１） 私はギョーザを食べれば，口臭（こうしゅう）がする。
私は焼肉を食べれば，口臭がする。
私はギョーザか焼肉を食べる。
$\therefore$　私は口臭がする。
推論：$A \to P$，$B \to P$，$A \vee B$　$\therefore$　P

（例２） 私はギョーザを食べれば，口臭（こうしゅう）がする。
私は焼肉を食べれば，口臭がする。
$\therefore$　私はギョーザか焼き肉を食べれば，口臭がする。
推論：$A \to P$，$B \to P$　$\therefore$　$A \vee B \to P$

（例３） 私が努力すると，周囲に嫌われる。
私が努力しないと，周囲に嫌われる。
（私は努力するかしないかのどちらかである。）
$\therefore$　私は（どちらにせよ）周囲に嫌われる。
推論：$A \to P$，$\sim A \to P$，$A \vee \sim A$　$\therefore$　P

●（2）複合構成的ジレンマ（2 つの好ましくない結果に結びつくジレンマ）

推論 ①：$A \to P$，$B \to Q$，$A \vee B$　$\therefore$　$P \vee Q$

推論 ②：$A \to P$，$\sim A \to Q$　$A \vee \sim A$　$\therefore$　$P \vee Q$

（例４）私は日本酒を飲めば，二日酔いになる。
私はビールを飲めば，お腹が痛くなる。
私は日本酒かビールを飲む。
∴　私は二日酔いになるか，お腹が痛くなる。
推論：$A \to P$，$B \to Q$，$A \vee B$　$\therefore$　$P \vee Q$

（例５）私は勉強すれば，頭が痛くなる。
私は勉強しなければ，単位が取れない。
（私は勉強するかしないかのどちらかである。）
∴　私は頭が痛くなるか，単位が取れないかのどちらかである。
推論：$A \to P$，$\sim A \to \sim Q$　$A \vee \sim A$　$\therefore$　$P \vee \sim Q$

● **(3) 単純破壊的ディレンマ（1 つの好ましくない原因に結びつくジレンマ）**
推論：$A \to P$，$A \to Q$，$\sim P \vee \sim Q$　$\therefore$　$\sim A$

（例６）彼女が私を好きなら, わざと１時間も遅れるはずがない。
また，彼女が私を好きなら，理由なしに１時間も遅れるはずがない。
彼女はわざと１時間も遅れたか，理由なしに１時間も遅れたかのいずれかである。
∴　彼女は私を好きではない。
推論：$A \to \sim P$，$A \to \sim Q$，$P \vee Q$　$\therefore$　$\sim A$

● **(4) 複合破壊的ディレンマ（2 つの好ましくない原因に結びつくジレンマ）**
推論：$A \to P$，$B \to Q$，$\sim P \vee \sim Q$　$\therefore$　$\sim A \vee \sim B$

（例７）花子は恋人を大事にすれば，友人を失う。
花子は友人を大事にすれば，恋人を失う。
花子は友人を失わないか，または，恋人を失わない。
∴　花子は恋人を大事にしないか，または，友人を大事にしない。
推論：$A \to P$，$B \to Q$，$\sim P \vee \sim Q$　$\therefore$　$\sim A \vee \sim B$

（例８）花子は恋人を大事にしなければ，友人を失わない。
花子は友人を大事にしなければ，恋人を失わない。
花子は友人を失うか，恋人を失うかのどちらかである。
∴　花子は恋人を大事にするか，友人を大事にするかのどちらかである。
推論：$\sim A \to \sim P$，$\sim B \to \sim Q$，$P \vee Q$　$\therefore$　$A \vee B$